

## ESTIMACIÓN DE DIRECCIONES DE LLEGADA SOBRE UN ARRAY PENTAGONAL

Fernando Rivas Peña

M. Felipe Cátedra Pérez

Juan Pedro Roa Gómez

Departamento de Electrónica  
Universidad de Jaén  
rivas@ujaen.es

Departamento de Teoría de Señal y Comunicaciones  
Universidad de Alcalá  
Felipe.catedra@uah.es

### ABSTRACT

In this communication, the behaviour of MUSIC algorithm in order to find DOA's (Directions Of Arrival) of incoming radioelectric waves is analysed. A circular array of antennas has been used. Particularly, a pentagonal array formed by antennas disposed on the vertices of a pentagon will be studied.

representa el ruido asociado al sistema (ruido blanco gaussiano de varianza  $\sigma$ ). El objetivo de este estudio es estimar los ángulos  $\theta_i$  ( $i=1...p$ ) a partir del voltaje impreso en los sensores.

### 1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene su origen en una colaboración con la empresa Indra Sistemas S.A. Su objetivo consiste en explorar las posibilidades que un algoritmo del tipo MUSIC[1][2] (Multiple Signal Clasification) presenta en la determinación de las DOA de emisiones radioeléctricas con problemas de cocanal. La forma del array seleccionado se ajusta al de antenas de radiogoniometría ampliamente utilizadas en las bandas de VHF/UHF. El planteamiento inicial idealiza el comportamiento de los elementos sensores y sólo contempla direcciones de propagación sobre el plano definido por los elementos del array (plano azimutal XY).

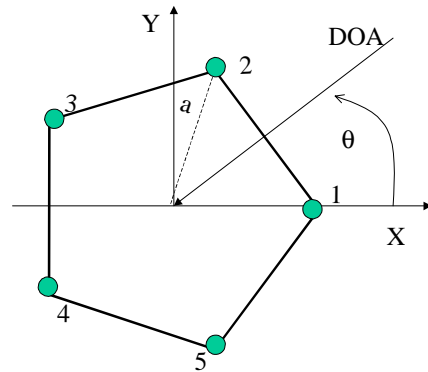


Figura 1. Geometría de un array pentagonal de antenas.

### DESARROLLO DEL MÉTODO

#### 1.1. Geometría del array

En la figura 1 se representa un array pentagonal. El array pentagonal está conformado por 5 sensores equiespaciados, (separados angularmente por una cantidad  $\Delta\phi$  igual a  $72^\circ$ ). Se supondrá que los sensores son isotrópicos, es decir, que su comportamiento en recepción es independiente de la dirección espacial. Si inciden P ondas planas no correladas de banda estrecha sobre el array con ángulos diferentes,  $\theta_i$  ( $i=1... p$ ), y tomando como referencia de ángulos la indicada en la figura 1, el voltaje medido en la antena de índice (n) ( $n=1, 5$ ) de la agrupación es:

Se pasa a continuación a comentar la aplicación del algoritmo MUSIC al caso de arrays pentagonales:

#### 1.2. Aplicación del algoritmo MUSIC

Asumiendo que se disponen de múltiples muestras temporales (o snapshots) de la señal  $x(n)$ ,  $n=1, ..5$ , la matriz de covarianza se podría expresar del siguiente modo:

$$x(n) = \sum_{i=1}^p A_i e^{-j \frac{2\pi a}{\lambda} \cos(\Delta\phi(n-1) - \vartheta_i)} + \omega \quad (1)$$

$$R_x(n, m) = E \left( x(n) x(m)^H \right) \quad (2)$$

Donde  $A_i$  es la amplitud de la  $i$ -ésima onda incidente,  $\lambda$  es la longitud de onda, y  $\omega$  es una magnitud de tipo estadístico que

Donde el superíndice H indica transpuesta conjugada. Teniendo en cuenta el modelo de señal utilizado (ver expresión 1) la matriz resultante es *Toeplitz*. Al obtener sus valores propios - 5 en total- éstos se desglosan en dos grupos: a) El formado por los autovalores mayores que  $\sigma^2$  (potencia de ruido) -que serán tantos como número de ondas incidentes (sean  $p$ )-; b) El formado por los autovalores de valor igual a  $\sigma^2$  -que serán los restantes ( $5-p$ ) - y que se denominan autovalores de ruido. Los vectores propios asociados a los autovalores de ruido ( $\vec{e}_i$   $i = p+1, \dots, 5$ ) generan el llamado subespacio de ruido, que tendrá dimensión  $5-p$  (L). De forma análoga se define el subespacio de señal. Por ser la matriz

*Toeplitz*, los valores propios asociados a este último subespacio son ortogonales a los del subespacio de ruido.

Para aplicar el algoritmo se denota como  $E_N$  a la matriz de dimensión  $5 \times L$  formada por los autovectores de ruido:

$$E_N = [e_{p+1}, \dots, e_5] \quad (3)$$

Sea  $S(\theta)$  el vector que se corresponde con el vector de voltaje definido en todos los sensores asociados al array cuando incide una señal con ángulo  $\theta$ . Para el caso particular del array pentagonal  $S(\theta)$  se expresa del siguiente modo :

$$S(\vartheta) = \left[ 1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}a \cos(\Delta\varphi - \vartheta)}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}a \cos(4\Delta\varphi - \vartheta)} \right] \quad (4)$$

Donde  $\Delta\varphi = 72^\circ$  y  $a$  es el radio de la agrupación (ver figura 1). Como el subespacio de ruido es ortogonal con los vectores de voltaje  $S(\theta_k)$ , ( $k=1, \dots, p$ ) de las ondas incidentes en el array, la proyección de  $S(\theta)$  en el subespacio de ruido se anulará cuando el ángulo  $\theta$  coincida con cualquiera de los ángulos  $\theta_k$  de las ondas incidentes. Esta proyección vale:

$$Z(\vartheta) = S^H(\vartheta) E_N E_N^H S(\vartheta) \quad (5)$$

El inverso de (5) es el llamado pseudo-espectro de la señal de incidencia y se caracteriza por tener unos lóbulos muy finos (picos) para las direcciones de incidencia. Precisamente, la localización de estos picos será una medida de la estimación de las direcciones de llegada.

## 2. RESULTADOS.

Sobre el array pentagonal de la figura 1 inciden 3 ondas de igual potencia y con ángulos de llegada  $10^\circ$ ,  $-30^\circ$  y  $60^\circ$ . Se consideran 15 Snapshot, la relación Señal/ruido es 10dB y el radio del agrupamiento es  $0.5\lambda$ . Tal y como observa la figura 2, los picos de la función pseudoespectro que proporciona el algoritmo MUSIC estiman con gran exactitud las direcciones de llegada, En la figura 3 se amplía la zona en donde se caen los máximos de dicha función, y se aprecia que la dispersión respecto a los valores esperados es mínima (el máximo sesgo es de tan solo un grado para la dirección  $\theta=60^\circ$ ). Con un array pentagonal sólo es posible detectar hasta 4 ondas de llegada.

## 3. CONCLUSIONES

Se ha aplicado el método MUSIC para determinar las direcciones de llegada sobre un array pentagonal, aunque la técnica es extensible a tratar cualquier agrupación que se derive a partir del

array circular (esto es, hexagonal, heptagonal, etc). Los resultados obtenidos estiman con bastante exactitud las direcciones de llegada. La precisión del método se incrementa aumentando el número de snapshots y asegurándonos que las señales incidentes estén incorrealadas.

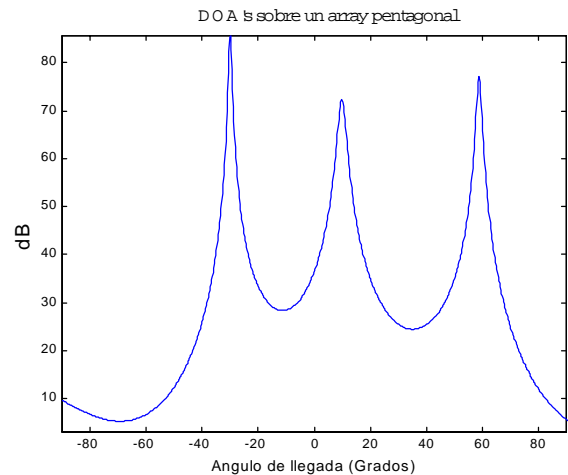


Figura 2. Tres ondas de llegada y 15 snapshots

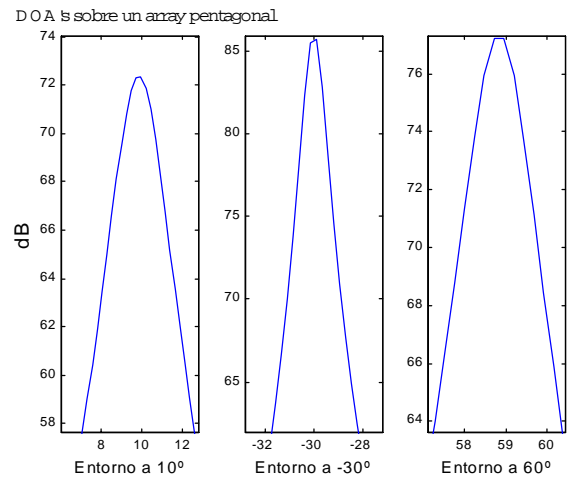


Figura 3. Ampliación de la gráfica de la figura 2

## 4. REFERENCIAS

- [1] Smith, R.O., " Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation", IEEE Trans. on Antennas and Propagation.,276-280, 1986.
- [2] Stoica, P. y Nehorai A., " MUSIC, Maximum Likelihood and Cramer-Rao Bound", IEEE Trans. on Accoustics, Speech and Signal Processing, 720-741, 1989.