# EXTENSIÓN Y VALIDACIÓN DEL A-MFDM A GUIAONDAS ÓPTICAS 3D/SEMIVECTORIALES

R. Rodriguez Gil

J.G. Wangüemert Pérez

I. Molina Fernández

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones Universidad de Málaga

ext-regina.rodriguez@nokia.com

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones Universidad de Málaga

gonzalo@ic.uma.es

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones Universidad de Málaga

imf@ic.uma.es

### **ABSTRACT**

The Adaptive Modified Fourier Decomposition Method (A-MFDM), a recently proposed numerical method to perform the modal analysis of dielectric waveguides under scalar approximation, is now extended and validated in the semivectorial case.

# 1. INTRODUCCIÓN

Una de las actividades que mayor interés ha suscitado en los últimos años en el campo de la óptica integrada ha sido el desarrollo de herramientas numéricas capaces de realizar, con precisión, el análisis modal de la diferentes estructuras dieléctricas que conforman el dispositivo bajo estudio.

De entre los diversos métodos numéricos existentes en la bibliografía para abordar dicho problema, la familia de métodos espectrales destaca por su simplicidad y eficiencia. Éstos basan su estrategia de resolución en aproximar el campo eléctrico a calcular en un espacio funcional ortogonal y completo (Fourier, Hermite-Gauss,...), y aplicar posteriormente el método de Galerkin, con el fin de plantear un sistema de ecuaciones cuyos autovalores y autovectores representan, respectivamente, la contante de propagación y los coeficientes espectrales de los modos soportados por la estructura.

Uno de las dificultades que deberán superar los diversos métodos numéricos es el carácter abierto de las guiaondas dieléctricas. En el caso del FDM (Fourier Decomposition Method) [1], la naturaleza periódica de las funciones base provoca una fuerte dependencia de la precisión obtenida por el método con el tamaño de ventana o periodo en que debe ser encerrado el problema.

La posterior aparición del MFDM (Modified Fourier Decomposition Method), primero en su versión 3D/escalar [2] y luego en su versión 3D/semivectorial [3], si bien resolvió de forma elegante el problema de las condiciones de contorno en el infinito, comprimiendo el dominio infinito original en uno de dimensión finita mediante la utilización de una transformación conformada de tipo arcotangente, sin embargo, la mejora potencial de precisión que con ello se podía lograr dependía de los parámetros de escalado utilizados.

La aparición del A-MFDM (Adaptive-Modified Fourier Decomposition Method), primero en su versión 2D/escalar [4] y más recientemente en su versión 3D/escalar [5], ha permitido una notable mejora de las prestaciones del método, primero, por la utilización de un algoritmo auto-adaptativo para el cálculo de los

parámetros óptimos, y segundo, porque las transformaciones han sido dotadas con un nuevo grado de libertad (el 'offset' o descentramiento) con el fin de tratar mejor las situaciones asimétricas.

El objetivo de esta comunicación es presentar la extensión y validación del A-MFDM a guiaondas 3D/semivectoriales.

# 2. FORMULACIÓN DEL A-MFDM BAJO LA APROXIMACIÓN SEMIVECTORIAL

La aproximación semivectorial supone, en el ámbito de la óptica, despreciar el acoplo mutuo que en general existe entre las componentes transversales del campo eléctrico. Bajo dichas condiciones, la ecuación de ondas que gobierna la propagación de los modos a través de una guiaonda definida por su índice de refracción n²(x,y) viene dada por

$$\frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial y^{2}} + \left(k_{o}^{2} \cdot n^{2}(x, y) - \beta^{2}\right) \cdot E_{x} + 2\frac{\partial}{\partial x} \left(E_{x} \cdot \frac{\partial \ln n}{\partial x}\right) = 0 (1)$$

donde, por simplicidad, sólo se ha considerado la ecuación de los modos quasi-TE (componente  $E_x$ ). En la ecuación (1),  $\beta$  y  $E_x$  representan, respectivamente, la constante de propagación y perfil de campo del modo a calcular, y  $k_o$  es el vector de onda en el vacío.

A continuación, al igual que se procedía en el caso escalar, el siguiente paso para la aplicación del A-MFDM, consiste en transformar la ecuación de ondas original (1) definida sobre el plano infinito xy, en otra definida sobre el espacio finito uv. Para ello, si se aplican los mismos cambios de variables de tipo arcotangente

$$u = \frac{2}{\pi} \cdot tan^{-1} \left( \frac{x - o_x}{\alpha_x} \right) \qquad v = \frac{2}{\pi} \cdot tan^{-1} \left( \frac{y - o_y}{\alpha_y} \right)$$
 (2)

la ecuación (1) se transforma en

$$\left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^{2} \cdot \frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial u^{2}} + \left( \frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}} \right) \cdot \frac{\partial E_{x}}{\partial u} \right] + \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^{2} \cdot \frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial v^{2}} + \left( \frac{\partial^{2} v}{\partial y^{2}} \right) \cdot \frac{\partial E_{x}}{\partial v} \right] + \left( k_{o}^{2} \cdot n^{2} - \beta^{2} \right) \cdot E_{x}$$

$$+2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^{2} \cdot \frac{\partial}{\partial u}\left(E_{x}\frac{\partial \ln n}{\partial u}\right) + \left(\frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}}\right) \cdot E_{x}\frac{\partial \ln n}{\partial u}\right] = 0$$
(3)

en donde ahora  $E_x=E_x(u,v)$  y  $n^2=(u,v)$ .

Por último, para la resolución de la ecuación de ondas (3) se procede del mismo modo que se hizo en el caso escalar, es decir, el campo eléctrico es primero desarrollado en serie de Fourier, y a continuación, aplicando el método de Galerkin es posible escribir el sistema de ecuaciones resultante en la forma clásica de un problema de autovalores y autovectores. En la ejecución de este

1 URSI 2001

paso ha sido necesario desarrollar operadores matriciales nuevos para realizar las funciones matemáticas del término semivectorial.

## 3. ESTRATEGIA DE OPTIMIZACIÓN

La mayor dificultad encontrada en la traslación de la técnica al caso semivectorial ha sido la obtención del criterio de optimización que garantiza una elección adecuada de los parámetros de la transformación  $(\alpha_x,\alpha_y,o_x,o_y)$ . El problema surgió porque el criterio de la derivada segunda, que tan buenos resultados dio en el caso escalar, al aplicarse sobre perfiles de campo discontinuos, daba lugar a espectros de tamaño no-finito. En el caso semivectorial, se ha podido comprobar que los mejores resultados se obtienen cuando se minimiza el espectro de la integral del campo en el dominio transformado ( $\int E_x(u,v) dudv$ ). Por lo que, teniendo en cuenta la relación entre los coeficientes espectrales de la integral del campo y los del propio campo  $(\phi_{m,n})$  y utilizando nuevamente la varianza como medida del ancho espectral, la función finalmente utilizada en el algoritmo de optimización viene dada por

$$Var(\alpha_x, \alpha_y, o_x, o_y) = \frac{\sum_{m} \sum_{n} \left| \phi_{m,n}(\alpha_x, \alpha_y, o_x, o_y) \right|^2}{\sum_{m} \sum_{n} \frac{1}{m^2} \cdot \frac{1}{n^2} \left| \phi_{m,n}(\alpha_x, \alpha_y, o_x, o_y) \right|^2}$$
(4)

### 4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Dada la dificultad para validar la herramienta sobre guías con solución semivectorial analítica conocida, se utilizó la solución vectorial de la fibra óptica con un salto de índice entre núcleo y substrato válido para la aproximación vectorial (n<sub>núcleo</sub>=1.6; n<sub>substrato</sub>=1.5). El tipo de representación utilizado para cuantificar tanto la mejora que el A-MFDM consigue en relación al FDM, como hasta qué punto el algoritmo de optimización es capaz de acercarse a la zona de mínimo error partiendo de situaciones iniciales arbitrarias, ha sido la misma que en el caso escalar, es decir, superponiendo el mapa de errores (MSE-Mean Square Error) que resulta para diferentes combinaciones de parámetros con el camino seguido por el algoritmo. En las Fig.1 (a) y (b) se representan, para ocho armónicos en cada dirección, los resultados que para el modo fundamental se obtuvieron a las frecuencias ópticas normalizadas de 1.6 y 2, respectivamente. En ellas se puede comprobar cómo, a frecuencias en las que el FDM tiene dificultad para aproximar el campo, el A-MFDM consigue mejoras superiores a 20 y 15 dB respectivamente, y que el punto final en que se sitúa el algoritmo de optimización se encuentra, en ambos casos, muy cercano a la zona de mínimo error. Donde los resultados no fueron tan satisfactorios fue en el cálculo de la constante de propagación, pues se observó que, a diferencia del caso escalar, sus zonas de mínimo error no se correspondían con las zonas de mínimo de error de campo.

En definitiva, en este trabajo se ha presentado la extensión y validación del A-MFDM a guiaondas ópticas 3D bajo la aproximación semivectorial. Los buenos resultados obtenidos con un número reducido de armónicos, convierten al método en una herramienta potente y de gran utilidad para el diseñador de dispositivos todo-ópticos.

### 5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la C.I.C.Y.T. (proyecto TIC2000-1245).

#### 6. REFERENCIAS

- C.H. Henry, B.H: Verbeek: 'Solution of the scalar wave equation for arbitrarily shaped dielectric waveguides by two-dimensional Fourier analysis', J. Lightwave Tech., vol. 7, No. 2, pp.308-313, Feb. 1989.
- [2] S.J. Hewlett, F. Ladouceur: 'Fourier decomposition method applied to mapped infinite domains: scalar analysis of dielectric waveguides down to modal cutoff', J. Lightwave Tech., vol.13, No.3, pp.375-383, Mar. 1995.
- [3] K. Ming Lo, E. Herbert Li: 'Solutions of the quasi-vector wave equation for optical waveguides in a mapped infinite domains by the Galerkin's method', J. Lightwave Tech., vol. 16, No. 5, pp.937-944, May 1998.
- [4] I. Molina-Fernández, J.G. Wangüemert-Pérez: 'Variable transformed series expansion approach for the analysis of nonlinear guided waves in planar dielectric waveguides', J. Lightwave Tech.., vol. 16, No. 7, pp.1354-1363, July 1998.
- [5] J.G. Wangüemert-Pérez, A. Ortega Moñux, J.M. Yanes Montiel, I. Molina Fernández: 'Efficient modal analysis of 3D/scalar dielectric waveguides: a novel strategy for the application of spectral methods with variable transforrmation', Proc. of ISRAMT'99, pp.597-600, Málaga 1999.

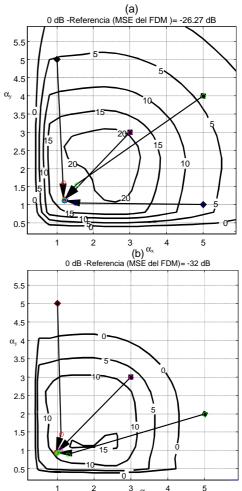


Fig.1: Mejora en dB del A-MFDM en relación al FDM. (a)Vx=Vy=1.6;Nx=Ny=8 (b) Vx=Vy=2;Nx=Ny=8.

2 URSI 2001