COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN CIEGA DE SISTEMAS MA MEDIANTE HOS

Susana Hornillo Mellado

Área de Teoría de la Señal y Comunicaciones,
Departamento de Ingeniería Electrónica
Universidad de Sevilla
susanah@aluesi.us.es

José Ignacio Acha

Área de Teoría de la Señal y Comunicaciones,
Departamento de Ingeniería Electrónica
Universidad de Sevilla
acha@viento.us.es

RESUMEN

In this paper, we present a comparison between different methods which are based on Higher-Order Statistics for the Blind Identification of MA systems. Our results are intended to help in the choice of the best criterion, provided that we know the order of the system, the output and certain characteristics of its input.

1. INTRODUCCIÓN

La identificación ciega de un sistema es el proceso por el cual, con algunas hipótesis estadísticas generales sobre la entrada y el conocimiento de su salida, se estiman los parámetros de dicho sistema [1].

En problemas de identificación ciega, la principal meta es reconstruir la respuesta en fase y magnitud de un sistema a partir de un conjunto finito de muestras de su salida [2]. Mediante el uso de estadísticos de segundo orden (SOS) tales como la autocorrelación, una reconstrucción exacta de la fase de un sistema sólo puede conseguirse si el sistema es de fase mínima. Se han propuesto varias técnicas para la identificación de sistemas de fase no mínima, siendo las que más interés reciben en la actualidad aquéllas basadas en el uso de estadísticos de orden superior (HOS) [2]. Asumiendo que la entrada es un proceso estacionario no gaussiano, blanco y de media cero, los estadísticos de orden superior de la salida preservan la respuesta en magnitud y en fase del sistema [2].

En [1] se proponen nuevos métodos de identificación ciega de sistemas MA basados en HOS. El propósito de este trabajo es comparar algunos de estos métodos con los ya tradicionales, en términos del comportamiento que presentan según el orden del sistema, el número de muestras de la salida usadas para la estimación y el condicionante de que el sistema sea o no de fase mínima.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Consideremos el sistema de la Figura 1, cuya entrada, $w[k]$, es desconocida pero que suponemos de media cero, muestras independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) y no gaussianas, con: $E\{w^2[k]\}=\gamma_{2w}$, $E\{w^3[k]\}=\gamma_{3w}\neq 0$ y $E\{w^4[k]\}-3\gamma_{2w}=\gamma_{4w}\neq 0$. La salida del sistema, $x[k]$, vendrá dada por:

$$x[k]=\sum_{i=0}^{q} b(i)w[k-i] \tag{1}$$

donde q es el orden del filtro MA que queremos identificar y $\{b(i)\}_{i=0}^{q}$ son los coeficientes de dicho filtro.

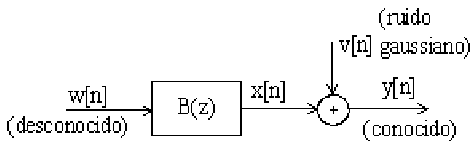

Figura 1. *Esquema general*

Además, en general, $x[k]$ estará corrompida por un ruido aditivo, $v[k]$, que suponemos gaussiano, de media cero, i.i.d. e independiente de $w[k]$, con $E\{v^2[k]\}=\sigma_v^{\,2}$, $E\{v^3[k]\}=\gamma_{3v}=0$ y $E\{v^4[k]\}-3\sigma_v^{\,2}=\gamma_{4v}=0$. Por tanto, la señal observada vendrá dada por:

$$y[k]=x[k]+v[k] \tag{2}$$

Todos los métodos de identificación ciega de sistemas que compararemos en este estudio se basan en la siguiente expresión que relaciona los cumulantes de tercer orden de la salida del sistema, $c_{3x}(m,n)$, con los coeficientes del filtro MA, $\{b(i)\}_{i=0}^{q}$:

$$c_{3x}(m,n)=\gamma_{3w}\sum_{i=0}^{q} b(i)b(i+m)b(i+n) \tag{3}$$

El uso de esta expresión tiene dos inconvenientes. Uno es que necesitamos conocer perfectamente el orden del filtro, q , para realizar la identificación. El otro es que no es posible calcular el valor exacto de los cumulantes de tercer orden, así que tendremos que estimarlos de la siguiente forma:

$$\hat{c}_{3x}(m,n) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N} x[i]x[i+m]x[i+n] \quad (4)$$

donde N es el número de muestras que tomamos de la salida, con lo que tendremos que $x[k]=0$ para $k>N$. Esta estimación de los cumulantes es tanto mejor cuanto mayor sea N.

Por otro lado, se cumple que:

$$c_{3y}(m,n) = c_{3x}(m,n) + c_{3v}(m,n) = c_{3x}(m,n) \quad (5)$$

ya que $c_{3v}(m,n) = 0$ al ser $v[k]$ un ruido gaussiano e independiente de $x[k]$.

Coeficientes		b(1)	b(2)	b(3)	b(4)	b(5)
Valores reales		0.6500	0.9000	-0.6000	1.2000	-0.5500
Método		Sistema de fase no mínima				
$c(q,k)$	Media	0.9100	0.9839	-0.7774	1.4330	-0.9236
	Var	0.1331	0.0328	0.0726	0.1199	0.0763
	MSE	0.1940	0.0382	0.1005	0.1682	0.2121
$c(k,k)$	Media	-0.0161	0.4162	-0.5521	1..3563	-0.2647
	Var	0.0674	0.0833	0.0812	0.3602	0.0568
	MSE	0.5077	0.3132	0.0794	0.3666	0.1353
$c(q,k+i)$	Media	0.1489	0.7937	-0.5591	1.0682	-0.2650
	Var	0.1169	0.1069	0.0620	0.1353	0.0229
	MSE	0.3622	0.1128	0.0606	0.1459	0.1030
cum. 2º y 3er orden	Media	0.6823	0.7043	-0.5145	1.0487	-0.4746
	Var	0.0433	0.0325	0.0251	0.0734	0.0222
	MSE	0.0421	0.0691	0.0311	0.0927	0.0268
MN96	Media	0.6411	0.6340	-0.5344	0.8625	-0.2106
	Var	0.3256	0.1179	1.0208	0.1692	0.0943
	MSE	0.3094	0.1828	0.9741	0.2746	0.2048
maest	Media	0.5171	0.9553	-0.6385	1.1919	-0.5406
	Var	0.0544	0.0480	0.0183	0.0433	0.0050
	MSE	0.0693	0.0487	0.0189	0.0412	0.0048

Tabla 1. *b(0):=1, 20 Realizaciones de Monte Carlo, N=5000=Longitud de la Señal Generada, Var=Varianza, MSE=Error Cuadrático Medio*

3. RESULTADOS

Se han llevado a cabo numerosas simulaciones, no recogidas aquí en su totalidad debido a la falta de espacio. En la Tabla 1 presentamos los resultados ofrecidos por los siguientes métodos: $c(q,k)$ [1], $c(k,k)$ [1], $c(q,k+i)$ [1,4], método basado en los cumulantes de 2º y 3er orden [1] y [3], MN96 [1] y *maest* (del Toolbox de HOS del programa *Matlab* y que está basado en el método GM - Giannakis y Mendel - corregido por Tugnait) en un experimento de identificación de un sistema de fase no mínima.

Aunque podemos calificar algunos métodos de “mejores”, en el sentido de que sus estimaciones presentan menor varianza y MSE (Error Cuadrático Medio), en general todos se comportan de igual forma ante determinadas situaciones:

(1) A medida que aumenta el orden del filtro, mayor número de muestras son necesarias para obtener una buena estimación.

(2) Cuando el sistema es de fase no mínima o de fase máxima, las estimaciones son notablemente peores (más cuanto mayor sea el orden del filtro), presentando una varianza y un MSE muy elevados.

(3) En general, todos los métodos dan problemas si los coeficientes del filtro real toman valores muy diferentes entre sí. Además, el resultado es aún peor cuanto mayor sea el orden del filtro.

A la hora de elegir el mejor algoritmo de identificación ciega de sistemas, hay que tener en cuenta que:

(a) Aunque el método $c(q,k)$ es el más sencillo de implementar, presenta muchos problemas ante las situaciones (1) a (3) descritas arriba. Como consecuencia, todos los métodos que se apoyan en él tendrán un mal comportamiento. Éste es el caso, por ejemplo, del método MN96, que se basa en una expresión no lineal, y usa la estimación ofrecida por el método $c(q,k)$ para linealizarla.

(b) Cuando el filtro real tiene coeficientes con valores muy distintos entre sí, el que da lugar a la estimación con menor varianza y MSE es el método $c(q,k+i)$.

(c) El método *maest*, seguido del método basado en los cumulantes de 2º y 3er orden, son los que presentan menores varianzas y MSE, en general.

(d) El método $c(k,k)$ es el más complicado de implementar. Esto es debido a que está basado en una expresión no lineal que no es fácil de resolver.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos presentado el resultado de un estudio exhaustivo de algunos de los métodos de estimación ciega de sistemas MA mediante HOS. Aunque los HOS mantienen la información de la fase del sistema, no ofrecen buenos resultados en determinadas situaciones, como cuando el sistema es de fase máxima o presenta coeficientes de valores muy diferentes entre sí. Conjeturamos que esto es debido, principalmente, a la mala estimación de los cumulantes. Por otro lado, para realizar una estimación aceptable, es necesario tomar muchas muestras de la señal de salida, lo que supone una gran carga computacional.

En el futuro, pretendemos comparar los resultados con los que se obtienen tras estimar los cumulantes por métodos no tradicionales cuya varianza, en ciertas situaciones, es menor.

5. REFERENCIAS

[1] Asoke K. Nandi, *Blind Estimation Using Higher-Order Statistics*, Ed. Kluwer, 1999.

[2] Chrysostomos L. Nikias and Hsing-Hsing Chiang, *Higher-Order Spectrum Estimation Via Noncausal Autoregressive Modeling and Deconvolution,* IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 36, Nº 12, December 1988, pp. 1911-1913.

[3] Jitendra K. Tugnait, *Approaches to FIR System Identification with Noisy Data Using Higher Order Statistics,* IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 38, Nº 7, July 1990, pp. 1307-1317.

[4] Asoke K. Nandi, *Blind Identification of FIR Systems Using Third Order Cumulants,* Signal Processing, 39, 1994, pp. 131-147.