

ANÁLISIS DEL FENÓMENO DE INTERMITENCIA CAOTICA EN UN CIRCUITO OSCILADOR

S. Sancho, A. Suárez, S. Ver Hoeye

Departamento de Comunicaciones
Universidad de Cantabria
Almu@dicom.unican.es

RESUMEN

Chaotic behavior in nonlinear systems is usually preceded by a sequence of bifurcations, which constitutes a route to chaos. The intermittence route to chaos is analyzed in this paper, combining time-domain and frequency-domain simulation techniques, for an in-depth understanding of the different phenomena that take place. The analysis has been applied to a Chua's family circuit. The behavior pattern seems to match well experimental observations in other systems.

1. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de simulación temporal son intrínsecamente las más indicadas para la investigación de la dinámica no lineal de los circuitos. Por su parte, las técnicas de simulación frecuencial [1] tienen básicamente dos limitaciones. La primera se deriva de su convergencia exclusivamente a estados estacionarios y la segunda, de la necesidad de prever la base de frecuencias en la que se expandirán las series de Fourier de las variables. La posibilidad de convergencia hacia soluciones inestables, que supone una grave dificultad para el diseñador, puede, sin embargo, convertirse en una ventaja, cuando se trata de estudiar comportamientos no lineales complejos. Un ejemplo es la fácil obtención de soluciones de tipo silla, que, aún no siendo observables físicamente, pueden dar lugar, a través de un fenómeno de colisión, a bifurcaciones de carácter global. Por otro lado, en el dominio de la frecuencia los métodos de continuación [1], que permiten el seguimiento de la solución frente a variaciones en un parámetro, se aplican fácilmente.

En este trabajo se muestra el análisis en detalle de una ruta de intermitencia hacia el caos [2] y, especialmente, el modo en que simulaciones temporales y frecuenciales se complementan, para una adecuada comprensión del fenómeno.

II. RUTA DE INTERMITENCIA HACIA EL CAOS

La intermitencia en una forma de onda, de un sistema no lineal dado, se caracteriza por la interrupción de una variación temporal, aparentemente periódica, por intervalos de variación irregular (o caótica). En la ruta de intermitencia hacia el caos, obtenida en un circuito no lineal cuando un parámetro η se

modifica, el fenómeno de intermitencia aparece a partir de un determinado valor del parámetro $\eta = \eta_0$. Si el parámetro sigue modificándose en el mismo sentido, los intervalos de comportamiento caótico se van haciendo progresivamente más largos y frecuentes, hasta que, finalmente, se observa una forma de onda enteramente caótica. El circuito que va a analizarse aquí corresponde a una implementación particular del circuito de Chua [2]. Rutas semejantes hacia el caos se han encontrado en sistemas de potencia [3] y lazos enganchados en fase.

III. ANÁLISIS MEDIANTE BALANCE ARMÓNICO

En este trabajo se ha analizado una variante del circuito de Chua [2]. Se ha aplicado la técnica de balance armónico para obtener los caminos solución en función del parámetro considerado, que, en este caso, es una de las dos capacidades del circuito. En el diagrama de bifurcación (Fig. 1) se han utilizado, como variable representativa, la amplitud de la tensión entre terminales del diodo, a la frecuencia fundamental y subarmónicos.

Amplitud armónica (V)

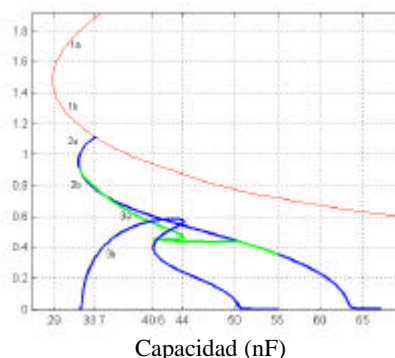


Figura 1. Diagrama de bifurcaciones de un circuito con intermitencia, trazado mediante balance armónico.

El camino 1 corresponde a una solución periódica, de frecuencia ω_0 . En este camino, el ciclo límite es único y simétrico respecto al origen, por lo que no existe componente de DC. En función de la capacidad, sólo existe un intervalo estable: el que va del punto de retorno, al nacimiento de la rama. Esta es una bifurcación de tipo *Pitchfork* [4], en la que se produce la

aparición de una nueva rama solución (camino 2), sin cambio cualitativo de la base de frecuencias. La nueva rama contiene, en realidad, dos soluciones, que en la representación utilizada, se superponen. Son dos ciclos límite asimétricos, tales que el sistema puede converger a uno a otro dependiendo de las condiciones iniciales. Sin embargo, la nueva rama, que nace estable, se hace inestable enseguida, debido a una bifurcación de tipo *flip* [4] que inicia una ruta hacia el caos por doblamiento de periodo. En el diagrama se ha representado hasta la primera división por dos (camino 3), con el subarmónico correspondiente. Se puede constatar en este diagrama que, para un pequeño intervalo de valores de capacidad, coexiste la solución estable del camino 1 (simetría), con las soluciones asimétricas.

Multiplicador

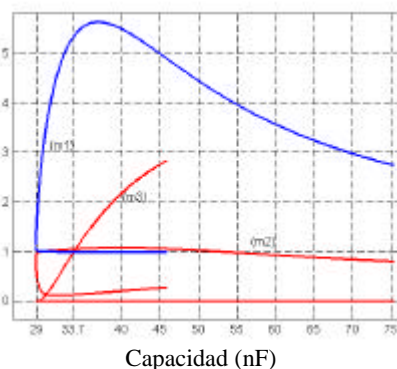


Figura 2. Multiplicadores característicos, a lo largo de la rama 1.

En este trabajo, el trazado del diagrama de bifurcaciones se ha completado con un análisis de estabilidad mediante la teoría de Floquet. Para ello, las órbitas obtenidas mediante balance armónico se han introducido en el sistema temporal linealizado. Esto ha permitido la obtención de los multiplicadores característicos de manera numérica. Los multiplicadores correspondientes al camino 1 aparecen, así, representados en la figura 2. Los tres multiplicadores son siempre reales. Nótese, además, la existencia de un multiplicador idénticamente igual a 1, como corresponde a una solución periódica. Por otro lado, en todo el camino 1a, siempre hay un multiplicador mayor que uno, por lo que siempre es inestable. Este camino 1b tiene inicialmente un multiplicador igual a uno y dos inferiores a la unidad (tramo estable), hasta que uno cruza el valor real 1. El cruce se produce con una pendiente diferente de infinito, lo que corresponde a una bifurcación de *Pitchfork* y verifica lo ya supuesto en el análisis del diagrama de bifurcación.

III. ANÁLISIS TEMPORAL

El estudio del fenómeno de intermitencia caótica en el circuito de Chua se ha completado con el análisis del circuito mediante integración temporal numérica. Para el valor de capacidad $C=32.3$ nF se obtuvieron tres ciclos límite coexistentes (Fig. 3a): el ciclo límite central y simétrico, que pertenece al camino 1b y los ciclos límite divididos y asimétricos que pertenecen al camino 2. Las primeras simulaciones temporales no

permitían acceder a estos últimos ciclos, por mucho que se variasen las condiciones iniciales, debido a su reducida cuenca de atracción. Fue necesario partir de las órbitas solución obtenidas mediante balance armónico e introducirlas como valor inicial. Cuando el condensador se incrementa, el ciclo límite simétrico se hace inestable (debido a la bifurcación de tipo *Pitchfork*), pero la solución sigue permaneciendo un cierto tiempo donde se encontraba este ciclo límite, hasta ser expulsada por su *manifold* inestable (Fig. 3b). Al cabo de otro intervalo de tiempo, vuelve a ser atraída por el *manifold* estable. Esto da lugar al comportamiento intermitente.

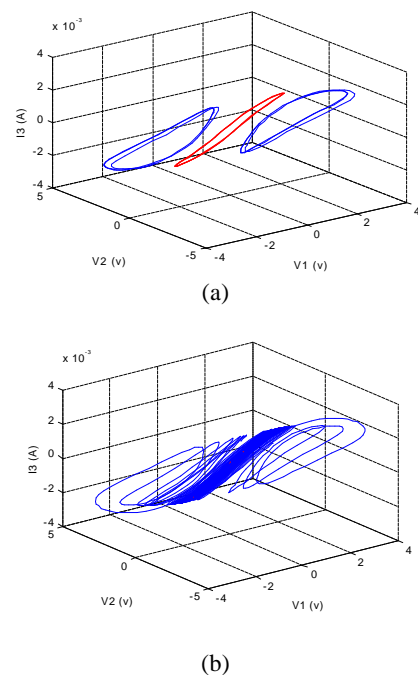


Figura 3. Intermittencia en el espacio de fase. (a) $C=32.3$ nF. Coexistencia de soluciones. (b) $C=33$ nF. Intermittencia.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al proyecto FEDER 1FD97-0455-C02-01 la contribución económica a este proyecto.

REFERENCIAS

- [1] A. Suárez, J. Morales, R. Quéré, "Synchronization analysis of autonomous microwave circuits using new global stability analysis tools", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 5, pp. 494-504, May 1998
- [2] L.O. Chua and Gui-nian Lin, "Intermittency in a Piecewise-Linear circuit," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol.CAS-38, pp. 510-520, May 1991.
- [3] H. Kawakami, "Bifurcation of periodic responses in Forced Dynamic Nonlinear circuits: Computation of bifurcation values of the system parameters," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol. CAS-31, pp. 248-260, March 1984.
- [4] V.Venkatasubramanian, W. Ji, "Chaotic motions from intermittency mechanisms in a Simple Power System model," *Int Symposium on Circuits and Systems, ISCAS'96*, pp. 641-644.