

# APORTACIÓN AL ESTUDIO DE BIFURCACIONES EN CIRCUITOS NO LINEALES MEDIANTE LAS SONDAS DE MEDIDA PARA RÉGIMEN PERIÓDICO Y CUASIPERIÓDICO CON UNA COMPONENTE AUTÓNOMA\*

V́ctor A. Araña y Pablo Dorta

Almudena Suárez

Departamento de Señales y Comunicaciones  
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria  
[victora@gic.dsc.ulpgc.es](mailto:victora@gic.dsc.ulpgc.es)

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones  
Universidad de Cantabria  
[almu@dicom.unican.es](mailto:almu@dicom.unican.es)

## ABSTRACT

The measuring probe technique has been used with successfully results to obtain bifurcation in nonlinear circuits. In this paper, we'll show the good results obtained with a developed program to detect Hopf, D and I bifurcation. The analysed circuit has a cubic nonlinearity and we'll consider two operating modes under injection conditions: periodic and quasi-periodic with one autonomous signal. Moreover, the possible appearance of a quasi-periodic regime with two autonomous signals is commented.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las sondas de medida han sido utilizadas en la detección de bifurcaciones en circuitos no lineales con resultados satisfactorios [1,2]. Sin embargo, en numerosas ocasiones resulta engorroso realizar modificaciones a los programas desarrollados, de forma que puedan localizar otro tipo de bifurcaciones o simplemente cambiar los procedimientos de búsqueda para localizar la totalidad de las bifurcaciones existentes en un circuito. Con la intención de facilitar dicha labor, se ha desarrollado un programa en Matlab que obtiene las bifurcaciones tipo Hoff, I y D. Para evaluar el comportamiento se ha utilizado el circuito de la fig. 1 con una no linealidad cúbica y dos posibles frecuencias de oscilación[3]. Expondremos los resultados obtenidos en dos diagramas de bifurcación: una situación de sincronización y un diagrama que mostrará la aparición de 16 bifurcaciones, cuando en las mismas condiciones otros autores habían localizado 8 [4].

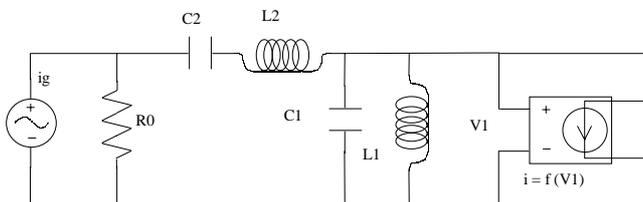


Figura 1. Circuito no lineal con doble resonancia.  
L1=1.592e-10 H, C1=1.592e-10 F, L2=1.592e-6 H,  
C2=1.592e-14 F, R0= 50Ω,  $i = f(V1) = a1 * V1 + a3 * V1^3$ ,  
 $a1 = -0.03$  A/V y  $a3 = 0.01$  A/V<sup>3</sup>.

\* Trabajo parcialmente financiado por los Proyectos Nacionales de I+D 1FD97-1183-C02-02 y TIC99-1172-C02-02.

## 2. PLANTEAMIENTO

El método de las sondas de medida consiste en introducir una fuente de tensión o corriente a una frecuencia  $w_s$ , y un filtro ideal que elimina su influencia en el resto de las frecuencias. Una vez dividido el circuito en parte lineal y no lineal e incluidas las sondas de medida en los puntos de interés, el circuito quedará totalmente caracterizado por la ecuación del balance armónico (EBA) incluyendo la sonda y por la imposición de no perturbación de la sonda [1].

Es decir,

$$\begin{aligned} \bar{H}(\bar{X}) &= [A_x^s] \bar{X} - [A_y^s] \bar{Y}(\bar{X}) - [A_G^s] = \bar{0} \quad (1) \\ \bar{H}_s(\bar{X}, A_s, w_s, \phi_s) &= \bar{0} \quad (2) \end{aligned}$$

donde,  $A_s$  y  $\phi_s$  son la amplitud y fase de la fuente de la sonda. Podemos resolver el sistema introduciendo la ecuación de la sonda en la de balance armónico, sin embargo, resulta mucho más práctico resolver el sistema de forma iterativa: partimos de una solución inicial de sonda y para ella resolvemos la EBA, con el vector solución obtenemos la nueva solución de sonda, y así sucesivamente hasta que cumplamos la especificación del error. De esta forma, mantenemos la información del jacobiano de la sonda que nos permitirá obtener los diferentes tipos de bifurcaciones [4].

Para la obtención de los coeficientes del DSF en régimen cuasiperiódico, hacemos uso de la FFT. Para evitar que el número de muestras sea impracticable, partimos de un conjunto de frecuencias base que generen el mismo número de componentes espectrales [5]. Para el cuasiperiódico con una autónoma estas son

$$f_1 = nl \quad f_2 = nl + 1 \quad (3)$$

donde  $nl$  es el orden de no linealidad y debe ser mayor que 2. Para los trazados se sigue un método de continuación con la fase de predicción y corrección.

En cuanto a la estabilidad de las soluciones, seguimos el criterio de Nyquist que se encuentra ampliamente detallado en la literatura [6]. Dividimos los diagramas en tantas secciones como bifurcaciones encontramos y analizamos la estabilidad del punto central de estas secciones.

### 3. RESULTADOS

En la fig. 2 se muestra el diagrama obtenido cuando la amplitud del generador es de 0.048097 A. En la misma cabe destacar:

- La zona estable (parte superior de la curva) en régimen periódico (sincronizado).
- La necesidad de aumentar el orden de no linealidad, por ende el número de armónicos, a medida que nos aproximamos a la situación de enganche en régimen cuasiperiódico.
- El salto discontinuo previo al enganche.
- Los valores de  $r$ , relación entre la frecuencia de entrada y la autónoma del circuito, justo antes del enganche.

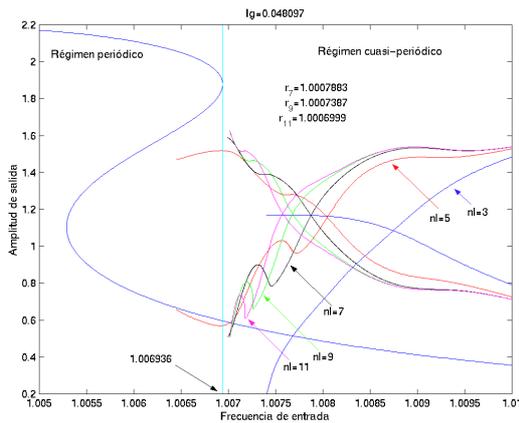


Figura 2. Diagrama de bifurcación en función del orden de la no linealidad. Aparece la amplitud de la componente externa y la autónoma en régimen periódico y cuasiperiódico, así como su relación de frecuencias ( $r$ ).

En la fig.3 se muestra el diagrama obtenido cuando la amplitud del generador es 0.01 A. En la misma cabe destacar:

- El circuito posee dos posibles frecuencias autónomas próximas a 1.004 GHz y 0.996 GHz.
- El gran número de bifurcaciones localizadas (16)
- La zona sincrónica es la parte superior de las soluciones isla numeradas con 7.

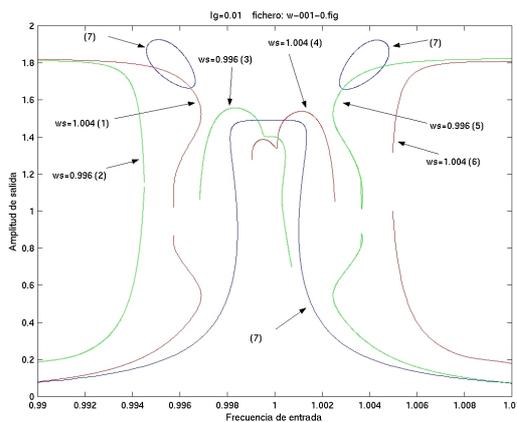


Figura 3. Diagrama de bifurcaciones para régimen periódico y cuasiperiódico para una  $I_g = 0.01$  A.

- En los trazados del régimen cuasiperiódico numerados del 1 al 6, se indica el valor inicial de la componente autónoma para el que se han obtenido los diagramas.
- En la zona central, entre las dos bifurcaciones del régimen cuasiperiódico, no existe solución estable. Suponemos que en este punto es posible que las dos autónomas se manifiesten conjuntamente con la frecuencia de entrada.

La fig. 4 muestra el espectro obtenido con Spice en las proximidades de dicha zona. El aspecto que muestra consolida la hipótesis inicial, aunque un análisis contemplando régimen cuasiperiódico con dos autónomas resultaría definitivo.

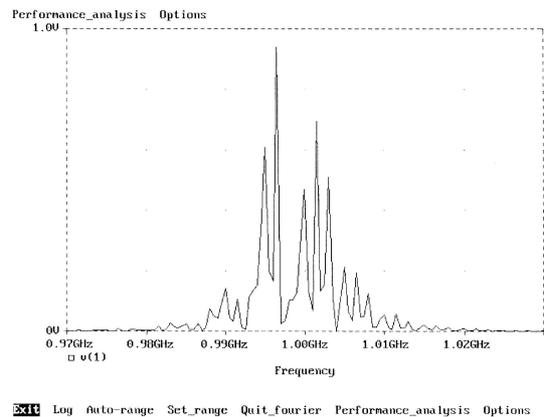


Figura 4. Espectro de salida obtenido con Spice para una señal de entrada de  $I_g = 0.01$  A y  $f_g = 0.9998$  GHz.

### 4. REFERENCIAS

- [1] R. Quéré, E. Ngoya, M. Camiade, A. Suárez, M. Hessane, J. Obregon. "Large signal desing of broadband monolithic microwave frequency dividers and phase-locked oscillators". IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol. MTT-41. No. 11. pp. 1928-1938. November, 1993.
- [2] J. Morales, A. Suárez, R. Quéré. "Accurate determination of frequency dividers operating bands". IEEE Microwave and Guided Wave Letters. Vol. 6. No. 1. pp.46-48. Jan, 1996.
- [3] K. Kurokawa. "Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillator circuits". The Bell System Technical Journal. pp. 1937-1955. July-August, 1969.
- [4] J.Morales, *Aplicación de Técnicas de Análisis de Estabilidad Local y Global a Circuitos de Microondas de Carácter Autónomo*. Tesis Doctoral. Universidad de Cantabria, España, Octubre, 1996.
- [5] D. Hente, R. H. Jansen, "Frequency domain continuation method for the analysis and stability investigation of nonlinear microwave circuits". IEE Proc. Vol. 133 Pt. H. No. 5 pp. 351-362. October, 1986.
- [6] V. Rizzoli, A. Lipparini. "General stability analysis of periodic steady-state regimes in nonlinear microwave circuits". IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol. MTT-33. No. 1. pp. 30-37. January, 1985.