

Algoritmo Rápido para el Estudio de Oscilaciones Parásitas en Filtros Digitales IIR

M.Utrilla Manso, F. López Ferreras, R. Jiménez Martínez, Hilario Gómez Moreno

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones

Universidad de Alcalá

CRTA. Madrid-Barcelona, km. 33,600; 28871 Alcalá de Henares

MADRID-ESPAÑA.

email: manuel.utrilla@uah.es

ABSTRACT

In this paper a fast algorithm is proposed as an alternative to classical exhaustive search for detecting and characterising limit cycles in digital filters. Also the description of filters by their difference equations is suggested to analyze all the problems derived from the real quantization process. The main advantage of this algorithm is that use the actual performance of filters to adapt the search in depth over the most probable region where limit cycles are placed. It is possible to use this procedure in any structure, order and type of quantization. For checking the performance of the algorithm a table with comparative results with other theoretical formulations and exhaustive search is presented.

1. INTRODUCCIÓN.

La cuantificación inherente a las implementaciones prácticas de los filtros digitales supone una pérdida de información en los coeficientes y las operaciones internas de cada filtro digital que conduce a un comportamiento diferente para cada estructura. Uno de los efectos producidos es la aparición de oscilaciones parásitas a la salida y en los registros internos incluso en ausencia de señal de entrada. Estas oscilaciones degradan el comportamiento del filtro e incluso pueden hacer inútil ciertas estructuras para trabajar bajo precisión finita. Por tanto es importante predecir si un filtro digital con una determinada estructura está libre de estos ciclos y en su defecto caracterizar estas oscilaciones (máxima amplitud y periodo).

El planteamiento clásico propone una búsqueda exhaustiva donde se comprueba la evolución hacia posibles ciclos límite de todos los vectores de estado hasta una determinada cota teórica máxima [1],[2]. El principal problema de este planteamiento es que requiere mucho tiempo de cálculo hasta completar la búsqueda, sobre todo debido al carácter excesivamente conservador de las cotas teóricas hasta las que hay que buscar, incluso aunque se optimice el algoritmo de detección [3].

En el presente artículo se propone un algoritmo alternativo a esta búsqueda exhaustiva que consigue los mismos resultados con una considerable reducción del tiempo de cálculo.

2. PLANTEAMIENTO DEL ALGORITMO.

Después del análisis de varios filtros se ha observado que los ciclos límite presentan amplitudes en general bajas y están confinados en zonas muy próximas. Por ello, se propone realizar una búsqueda principalmente en esa zona de confinamiento. El

problema es que a priori no se conoce esa zona donde se encuentran los ciclos límite.

Según las observaciones presentadas, se propone un algoritmo de búsqueda basado en dos etapas, una primera etapa donde se prueba un conjunto fijo de vectores, para situar la búsqueda en la zona de confinamiento de los ciclos y otra etapa guiada que busca en solo los alrededores de los ciclos ya encontrados.

NOMENCLATURA

- B: número de bits utilizados en la implementación
- $q=2^{B-1}$: Tamaño del escalón de cuantificación.
- ℓ : número de registros internos del filtro.

$$\text{Etapa fija} \left\{ \begin{array}{l} \gamma_F^{(k)} = \{x = \{x_i\} / |x_i| = \{2^k, 0\}\} - \bar{0} \\ \gamma_F = \bigcup_k \gamma_F^{(k)} \\ \text{con } k=0,1,\dots,B-1; i=1,2,\dots,\ell; \end{array} \right.$$

$$\text{Etapa guiada} \left\{ \begin{array}{l} \gamma_G^{(r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_\ell)} = \{x = \{r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_\ell\} / r_i \in \{k_i, -k_i\}\} \\ \text{con } k_i = 1, 2, \dots, 2^{B-1} \end{array} \right.$$

- h: parámetro de holgura del algoritmo (para los resultados presentados $h=10$).
- $O_j = \{x / \bar{x} \text{ pertenece a un ciclo límite}\}$; j es el orden del ciclo límite diferente detectado.
- $O = \bigcup_j O_j$ es el conjunto de todos los ciclos distintos.
- $M_i = \max_{\forall x \in O} \{x_i\}$; $\bar{x} = \{x_i\}$; $i=1,2,\dots,\ell$;
- $\bar{M} = \{M_i\}$; $i=1,2,\dots,\ell$. Cota practica calculada.

El objetivo es que la cota calculada en la primera etapa \bar{M} sirva como punto inicial de búsqueda mas refinada.

Esta cota normalmente será la cota real, sobre todo para filtros con margen de estabilidad alto pero en general será menor que la cota real máxima. Sin embargo esta se encontrara muy cerca, por lo que la etapa guiada busca vectores en función de la cota que en cada caso calcula. El proceso guiado termina cuando ya se prueban vectores de norma superior en h unidades a la cota calculada. Se supone superada la zona de confinamiento de los ciclos.

El siguiente diagrama de flujo representa lo comentado de forma gráfica:

3. RESULTADOS.

La siguiente tabla muestra los resultados de cota (M), periodo (P), salida máxima (Y) y tiempo en segundos obtenidos tras analizar diferentes filtros mediante el algoritmo propuesto y una búsqueda exhaustiva. También se incluyen los resultados de cálculos teóricos [1].

Filt.	Alg.	Cota M	P	Y	Tiem
Wdf	Teor	[6 11 6]	-	-	-
TC2.	Exh.	[2 2 1]	4	1	2
Butt.	Prop	[2 2 1]	4	1	1
Wdf	Teor	[12 91 12 34]	-	-	-
Red.	Exh.	[2 15 2 7]	22	4	233
Butt.	Prop	[2 15 2 6]	22	4	8
Wdf	Teor	[15 75 16 75 15]	-	-	-
TC2	Exh.	[3 11 2 11 3]	12	5	29841
Butt.	Prop	[2 11 2 11 2]	12	4	20
Wdf	Teor	[21 11 51 17 72 10]	-	-	-
Red	Exh.	[4 2 8 2 6 1]	6	1	237770
Cheb.	Prop	[4 2 8 2 6 1]	6	1	59
FDII	Teor	[10 15 25 15 10]	-	-	-
Cheb	Exh.	[1 1 1 1 1]	1	4	1162
TC2	Prop	[1 1 1 1 1]	1	4	8

Tabla1: Resultados obtenidos con un Pentium II 233 Mhz.

4. CONCLUSIONES.

Como se puede ver, los valores obtenidos de las cotas teóricas son demasiado conservadores y en muchos casos no se ajustan a la realidad. Además en muchos casos están sujetos a la aplicación únicamente de alguna realización concreta (formas directas variables de estado, etc...).

Los algoritmos de búsqueda exhaustiva hasta la cota teórica pierden demasiado tiempo sobre todo debido a la utilización de cotas conservadoras. Sin embargo para filtros de orden 3 e incluso 4, y con los procesadores actuales pueden ser viables. Pero para filtros de orden elevado o con márgenes de estabilidad pequeños, el algoritmo propuesto conduce a prácticamente los mismos resultados pero en mucho menor tiempo. En casos de filtros con problemas, puede fallar en algún escalón de cuantificación, por supuesto error despreciable si el número de bits empleado es elevado. En todo caso el algoritmo propuesto reduce en gran medida el estudio para proporcionar en la mayoría de los casos los mismos resultados.

6. REFERENCIAS.

- [1] Bauer, P.H.; Leclerc, L.-: "A Computer-Aided test for de Absence of Limit Cycles in Fixed-Point Digital Filters". *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 39, no. 11, pp.2400-2409, Nov. 1991.
- [2] Premaratne, K.; Kulasekera, E.C.; Bauer, P.H.; Leclerc, L.-J.: "An Exhaustive Search Algorithm for Checking Limit Cycle Behavior of Digital Filters". *Proc. IEEE ISCAS, Seattle*, pp. 2035-2038, 1995.
- [3] M. Utrilla Manso, F. López Ferreras; D. Osés-del Campo, R. Jiménez-Martínez: "A DSP-Oriented Fast Algorithm to Detect and Characterize Limit Cycles in Digital Filters", *Problems in Modern Applied Mathematics ISBN 960-8052-15-7*, pp.198-203, Ed. World Scientific and Engineering Society Press, July 2000.

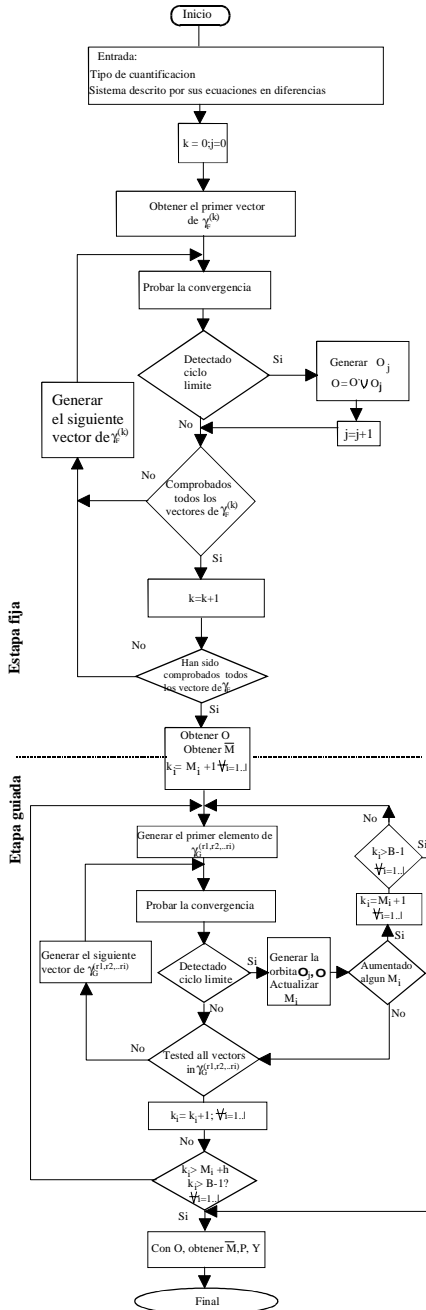


Figura 1. Diagrama de flujo del algoritmo propuesto.

Se ha utilizado la ecuación en diferencias para describir al filtro. Además de esta manera se tiene información real de la futura implementación del filtro en un DSP y permite el análisis de cualquier estructura bajo cualquier tipo de cuantificación.

El bloque indicado como "probar la convergencia" supone comprobar con entrada nula y precisión elegida si el filtro evoluciona hacia el vector cero o un ciclo límite desde el vector de estado inicial. Esto puede ser realizado mediante el algoritmo desarrollado en [1] o de forma más rápida e incluso optimizada para DSP el presentado en [3].