

# Mejora Simultánea de las Características de Potencia y Probabilidad de Error en Señales OFDM mediante Códigos Golay Complementarios

Víctor P. Gil Jiménez

Departamento de Tecnologías de las Comunicaciones  
Universidad Carlos III de Madrid  
vjimenez@tsc.uc3m.es

Ana García Armada

Departamento de Tecnologías de las Comunicaciones  
Universidad Carlos III de Madrid  
agarcia@tsc.uc3m.es

## RESUMEN

En este documento se van a mostrar los resultados obtenidos en la reducción del PAR (*Peak to Average Power Ratio*) de las señales OFDM, al mismo tiempo que se consiguen mejoras en las prestaciones del sistema en cuanto a Probabilidad de Error. Esto se consigue utilizando una codificación mediante secuencias Golay Complementarias que confinan el PAR de la señal a 3 dB y permiten la corrección de errores.

## I. INTRODUCCIÓN

Debido al crecimiento de las comunicaciones móviles en la actualidad y a la demanda de nuevos servicios, cada vez de más ancho de banda, se hace necesaria la utilización de modulaciones cada vez más eficientes y con mejores prestaciones. Además es necesario que este tipo de modulaciones estén adaptadas a las características de los canales móviles.

Uno de los principales inconvenientes de los canales móviles es el **multitrayecto**. Este efecto se soluciona fácilmente utilizando la modulación OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), propuesta para nuevas generaciones de redes WLAN (*Wireless Local Area Network*) y móviles [1], [2]. Sin embargo, uno de los principales inconvenientes de esta modulación es su alto **PAR** (la relación que existe entre la potencia máxima de la señal y la potencia media). Si esta relación es alta, es necesaria la utilización de amplificadores de potencia lineales con un alto *back off*, lo cual es bastante ineficiente en cuanto a potencia se refiere; y en comunicaciones móviles, uno de los requisitos de diseño más exigentes es la autonomía. Por eso es necesaria la utilización de técnicas para la reducción del PAR de este tipo de señales. Ya existen técnicas que reducen el PAR en mayor o menor medida, pero no mejoran ninguna otra característica, caso de la eficiencia, o incluso, la empeoran.

Además sería interesante mejorar otros parámetros como pueden ser la *Probabilidad de Error* de este tipo de señales, para mejorar aún más el rendimiento del sistema. Esto se consigue mediante la codificación por secuencias Golay Complementarias.

## II. SECUENCIAS GOLAY COMPLEMENTARIAS

La señal OFDM es básicamente una suma de modulaciones independientes de  $N$  portadoras, y sólo determinadas secuencias de datos hacen que se sumen de forma coherente las portadoras y den una señal con alto PAR. Se podría pensar si existe alguna forma de evitar este tipo de secuencias.

Efectivamente, existen ciertos códigos que generan secuencias que, una vez sean moduladas ofrecen un PAR confinado en cierto margen. En el caso de las secuencias *Golay Complementarias*, el PAR de la señal obtenida es como máximo 3 dB, sea cual sea el número de portadoras utilizadas, lo cual es muy interesante, máxime cuando

normalmente el PAR de una señal OFDM suele ser aproximadamente  $10 \cdot \log N$  (dB) en señales con pocas portadoras, y en cualquier caso, nunca es menor de 13 dB para muchas portadoras.

Existe además una relación entre las secuencias Golay Complementarias y los códigos *Reed-Muller (RM)* de la siguiente forma [3]: Cada una de las  $m!/2$  secuencias  $RM_{2^h}(1, m)$  en  $ZRM_{2^h}(2, m)$  que tienen secuencias de la forma

$$2^{h-1} \cdot \sum_{k=1}^{m-1} x_{\pi(k)} \cdot x_{\pi(k+1)} \quad (1)$$

comprende una de las  $2^{h(m+1)}$  secuencias de Golay Complementarias en  $\mathbb{Z}_{2^h}$  de longitud  $2^m$  siempre que  $h > 1$ . Donde  $\pi$  es una permutación de  $\{1 \dots m\}$ , y  $2^m$  es la longitud de la secuencia Golay Complementaria.

Además, existe otra relación interesante: *Cualquier secuencia de la forma:*

$$2^{h-1} \cdot \sum_{k=1}^{m-1} x_{\pi(k)} \cdot x_{\pi(k+1)} + \sum_{k=1}^m c_k \cdot x_k \quad (2)$$

con  $c_k \in \mathbb{Z}_{2^h}$  es una secuencia Golay Complementaria

Partiendo de estos dos resultados, no resulta difícil plantear un algoritmo bloque para codificar secuencias con la capacidad de corrección de errores que poseen de por sí los códigos *Reed - Muller* y las características en cuanto a PAR se refiere, de las *Secuencias Golay Complementarias*.

Utilizaremos  $w$  bits para seleccionar una secuencia base en  $ZRM_{2^h}(2, m)$  después tomamos  $m + 1$  grupos de  $h$  bits para componer la combinación final del código, y ya tenemos el algoritmo de codificación.

Podemos calcular de forma analítica la tasa de codificación de este tipo de codificación:

$$R = \frac{w + (m + 1) \cdot h \text{ bits}}{2^m \cdot h \text{ bits}} \quad (3)$$

Además, una de las características principales de los códigos *RM* es la facilidad para su decodificación. Para decodificar códigos *RM* se utiliza la *transformada de Hadamard* para determinar cuál es la palabra de código más probable que ha sido enviada, a la vista de la palabra de código recibida (recuérdese que pueden existir errores). En el caso de que se utilice un codificador Golay, será necesario además determinar cuál es la secuencia base utilizada en la codificación para poder así obtener la secuencia enviada. Indicar también, que estos algoritmos son escalables, es decir, que a partir de un decodificador de longitud  $2^n$  podemos obtener uno de longitud  $2^{n+1}$  sin más que repetir una vez más el algoritmo. Por eso, a medida que la longitud del código aumenta, aumenta también el número de etapas que tiene el decodificador.

Los autores desean agradecer a la Comisión Europea y la CICYT la financiación de este trabajo mediante el proyecto FEDER 2FD97-1066-C02-02.

### III. RESULTADOS OBTENIDOS

Realizando una implementación de este algoritmo se fueron comprobando sus características tanto de *Tasa de Codificación* como de su *Capacidad de corrección de errores*. Para el primer caso se hizo de forma analítica (ecuación 3) obteniéndose los resultados mostrados en la fig.1. En ella se puede apreciar cómo va disminuyendo de manera exponencial la tasa de codificación a medida que aumenta la longitud del código. También es menor la tasa de codificación cuanto mayor es la profundidad de modulación.

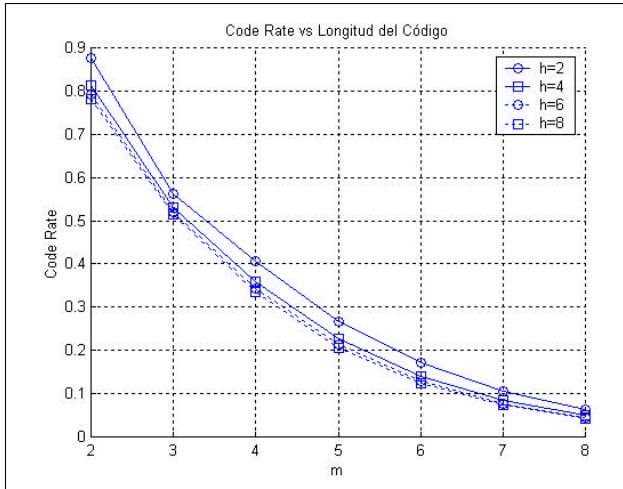


Fig. 1. Tasa de Codificación

Otro aspecto interesante es la capacidad de corrección de errores. Esto depende principalmente de la longitud del código como se puede apreciar en la fig. 2, en la que se representa la probabilidad de error de bit frente a la  $E_b/N_0$  en función de la longitud del código, cuando la modulación es 8-PSK.

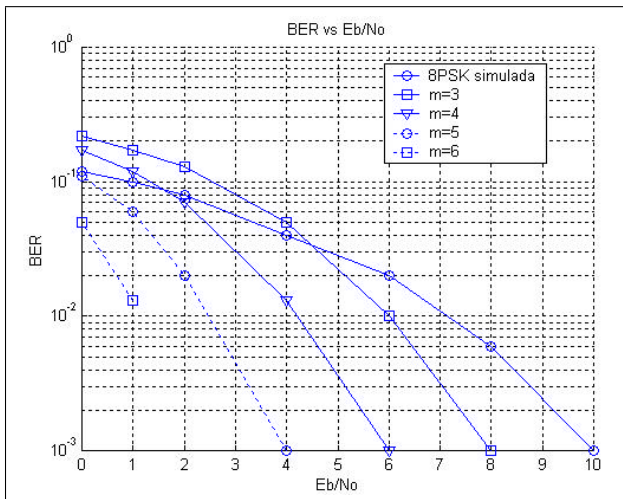


Fig. 2. BER vs  $E_b/N_0$

A mayor longitud de código, mayor capacidad de corrección. Sin embargo, también se puede ver cómo para relaciones de  $E_b/N_0$  pequeñas, el sistema funciona peor que si no lo utilizásemos. Esto es debido a que, una vez el código ya no puede corregir los errores que se produce, falla en bloques, y a mayor longitud de código, mayor es el bloque y mayor es por tanto la probabilidad de error. También es un factor determinante la profundidad de modulación, pues a medida que la aumentamos, la probabilidad de error aumenta, lo que hace que el código no sea capaz de corregir todos los errores

y comience a fallar. Todo esto se puede comprobar mirando la fig. 3, en la que está representada la BER frente a la  $E_b/N_0$  en función de la profundidad de modulación (QPSK y 8PSK) y la longitud del código. Esto redundará en que es necesaria una longitud de código mayor para compensar el empeoramiento que sufre el sistema por el hecho de aumentar la profundidad de modulación. En la fig. 3 se puede ver cómo para una misma  $E_b/N_0$  y una misma longitud de código, la probabilidad de error para el caso QPSK es varios órdenes de magnitud inferior que en 8-PSK. Esta diferencia será la que deba compensar el código aumentando su longitud.

Todos estos resultados ha sido obtenidos mediante simulación de *Monte Carlo* para canales *Gaussianos*. En [4] se han hecho pruebas para canales tipo *Rayleigh* obteniéndose también resultados satisfactorios.

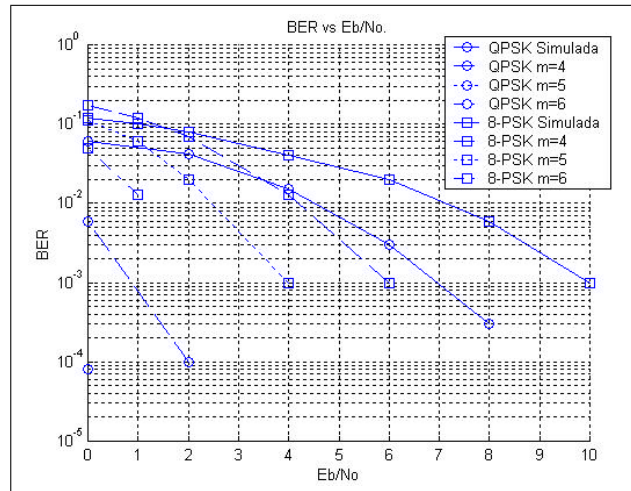


Fig. 3. BER vs  $E_b/N_0$

### IV. CONCLUSIONES

A la vista de los resultados obtenidos y pensando en entornos de las WLANs en las que se utiliza un número reducido de portadoras, será conveniente la utilización de modulaciones QPSK u 8-PSK si se quieren obtener resultados satisfactorios para  $E_b/N_0$  razonables, puesto que para mayores profundidades de modulación los códigos de longitudes tan pequeñas no son capaces de corregir todos los errores. Sin embargo, si se piensa en entornos de cuarta generación en los que el número de portadoras es más elevado [1], [2], podrían utilizarse mayores profundidades de modulación. Aunque nunca hay que olvidar que a mayores longitudes de código, mayor es la complejidad del sistema, pues mayor es la *lookuptable* necesaria para almacenar los códigos base y mayor es el número de etapas que requiere el algoritmo de codificación/decodificación.

### REFERENCIAS

- [1] S. Ohmori, Y. Yamao and N. Nakajima, "The future Generation of Mobile Communications based on Broadband Access Technologies", Communications Magazine, Dec. 00
- [2] J. Chuang and N. Sollenberger, "Beyond 3G: Wideband Wireless Data Access Based on OFDM and Dynamic Packet Assignment", Communications Magazine, Jul. 00
- [3] J. A. Davis and J. Jedwab, "Peak-to-Mean Power Control in OFDM, Golay Complementary Sequences and Reed-Muller Codes", HP Laboratories Bristol, Dec. 1997.
- [4] A. E. Jones and A. Wilkinson, "Performance of Reed-Muller Codes with OFDM and a Maximum Likelihood Decoding Algorithm", HP Laboratories Bristol. Network Systems Department, Apr. 98