DECONVOLUCIÓN DE SISTEMAS MEDIANTE LA TRANSFORMADA DISCRETA DE WAVELET PACKETS

J. J. Galiana Merino   Julio Rosa Herranz   *Federico Botella*   *P. Jáuregui   J. Giner*

Dpto. de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal.
Universidad de Alicante
juanjo@disc.ua.es
julio@disc.ua.es

Dpto. de Estadística y Mat. Aplicada
U. Miguel Hernández
federico@umh.es

Dpto. de Ciencias de la Tierra y Medio Ambiente
U. de Alicante
pedro.jauregui@ua.es
jj.giner@ua.es

RESUMEN

En este trabajo se propone un método de deconvolución basado en wavelet packets. En concreto, se combina la inversión regularizada en el domino de Fourier con la transformada discreta de wavelet packets (DWPT). Este nuevo método nos permite realizar la deconvolución incluso cuando la señal está seriamente contaminada con ruido. El algoritmo se ha aplicado con éxito sobre sismogramas reales de periodo corto y se ha evaluado a través de sismogramas sintéticos.

1. INTRODUCCIÓN

La deconvolución es un proceso importante en una amplia variedad de problemas de procesado de la señal y de imágenes. La distorsión introducida por un determinado sistema sobre nuestra señal de interés puede ser vista como la convolución de dicha señal con la respuesta impulso del sistema. El proceso de deconvolución corresponde a invertir esos efectos de distorsión. El problema es que generalmente la señal a tratar está contaminada con ruido, lo cual complica bastante el proceso.

Supongamos que a la salida de nuestro sistema lo que se tiene es una señal x(i). Esta señal puede expresarse de la siguiente manera:

$$x(i) = h(i) * s(i) + n(i) \tag{1}$$

donde *h(i)* es la respuesta impulso del sistema, *n(i)* es el ruido, y *s(i)* es la señal de interés. El objetivo es obtener una estimación de la señal *s(i)* a partir de la señal conocida *x(i)*.

En el dominio de Fourier, la expresión (1) puede ponerse simplemente como:

$$X(f) = H(f) * S(f) + N(f) \tag{2}$$

En este caso, si la respuesta en frecuencia del sistema no tiene ceros, se puede obtener una estimación del espectro de la señal dividiendo el espectro de X(f) entre H(f):

$$\frac{X(f)}{H(f)} = S(f) + \frac{N(f)}{H(f)} \tag{3}$$

Para valores de *H(f)* grandes, el ruido se verá fuertemente atenuado y por tanto se obtendrá una buena aproximación de la señal deseada. El problema surge en aquellos valores de *f* para los cuales *H(f)* es muy pequeño. En este último caso, el ruido será amplificado y podrá llegar a ocultar completamente la señal de interés.

Este efecto de amplificación de ruido puede ser evitado si se utiliza una función inversa regularizada en vez de la función inversa pura, *1/H(f)*. El objetivo de la regularización es conseguir reducir el ruido a cambio de cierta distorsión [1]. Cuando la señal *x(i)* es estacionaria el filtro de Wiener proporciona la óptima regularización en el sentido del mínimo error cuadrático medio. Sin embargo, resulta inapropiado para señales no estacionarias en el sentido que suaviza por igual todas las componentes y puede eliminar ciertos fenómenos con una muy determinada localización en el tiempo.

La DWPT supone una gran herramienta para el análisis de señales no estacionarias proporcionando una descomposición tiempo-frecuencia que se adapta al tipo de señal que se este estudiando en cada momento.

En este trabajo se propone un algoritmo de deconvolución que realiza una estimación de la función inversa regularizada mediante la DWPT y después utiliza esta nueva función para realizar la deconvolución en el dominio de Fourier.

2. WAVELET PACKET

Antes de describir el método utilizado para realizar la deconvolución de la señal *x(i)* es importante conocer algo acerca de la herramientas utilizadas.

La DWPT descompone la señal en múltiples bandas de frecuencia a través de diferentes etapas de filtrado y decimación. La descomposición sigue una estructura en forma de árbol. Sobre cada nodo se aplican dos filtros pasa-banda cuya misión es dividir el espectro de la señal en dos mitades. En el dominio del tiempo estos filtros son conocidos como wavelets. Y estas wavelets son translaciones y/o dilataciones de una función común que es conocida como wavelet madre.

Muchas veces no es necesario descomponer la señal en todos sus nodos para obtener una buena representación tiempo-frecuencia de la misma. Para saber cual es la mejor descomposición posible para una señal y para una wavelet dada, se asigna a cada nodo una función coste de tipo aditiva y después se calcula la descomposición que proporciona un coste menor[2].

3. DECONVOLUCIÓN

Para realizar la deconvolución se ha construido una función en Matlab 5.0 en la cual se deben introducir como parámetros de entrada la señal registrada, *x(i)*, la respuesta impulso del sistema, *h(i)*, una muestra o estimación del ruido, *n(i)*, y el máximo nivel de descomposición que se quiere alcanzar. La señal de ruido se puede obtener directamente de la salida del sistema, justo unos segundos antes de introducir cualquier señal de entrada. Donoho y Johnstone [3] proponen también una manera de estimar la varianza de un ruido blanco a través de la transformada de wavelet. El algoritmo comienza calculando el mejor árbol de descomposición de la señal. Después, para cada nodo del árbol obtenido extrae los coeficientes correspondientes a la señal de entrada y los coeficientes correspondientes a la señal de ruido. A continuación calcula la varianza de estos coeficientes. Cuanto mayor sea la diferencia entre la varianza de la señal y la varianza del ruido, mayor será la presencia de la señal correspondiente en esa banda de frecuencias (o en ese nodo). Por el contrario, si la varianza del ruido es similar o mayor que la obtenida para la señal significa que en esa banda de frecuencias la señal de entrada está compuesta básicamente por ruido. El proceso de regularización deja las bandas de frecuencia con información de la señal sin tocar, mientras que el resto de bandas son modificadas. En concreto, a esas bandas se les asigna una amplitud igual al valor máximo de la respuesta en frecuencia, y la fase se mantiene igual. Una vez modificada adecuadamente la respuesta en frecuencia de la señal, se puede realizar la deconvolución en el dominio de Fourier.

El resultado se puede mejorar más si como paso previo y posterior al proceso de deconvolución se aplica una etapa de filtrado. Este filtrado también se realiza en el dominio de la DWPT, donde los coeficientes de wavelets son modificados a través de un "soft thresholding"[4].

4. EJEMPLOS

El algoritmo propuesto está siendo utilizado con éxito en el campo de la sismología local. En este caso lo que se pretende eliminar de la señal obtenida es la respuesta instrumental global asociada a todo el equipo de detección y registro.

Como elemento de validación del método se han utilizado sismogramas sintéticos. Estos sismogramas sufren primero un proceso de convolución y contaminación con ruido característico de los emplazamientos. Posteriormente se les aplica el algoritmo de deconvolución y se comprueba cuan de bueno es el sismograma obtenido en comparación con el sismograma inicial. El algoritmo es comparado con el método de deconvolución de filtro de nivel (water level filter) propuesto por Scherbaum [5].

En la figura 1 se muestran los resultados sobre una señal sintética. Como se puede apreciar, se consigue un aumento de la relación señal ruido (SNR) con una muy baja distorsión de la señal.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un nuevo algoritmo de deconvolución basado en la aplicación de una función inversa regularizada, estimada a través de DWPT. Este algoritmo proporciona una muy buena reducción del ruido a cambio de una baja distorsión. Los resultados han sido evaluados a través de sismogramas sintéticos obteniendo un aumento del SNR del orden de 5 veces el inicial, un coeficiente de correlación entre la señal deconvolucionada y la señal inicial en torno al 0.97 y una diferencia de energía entre ambas señales de ± 1%.

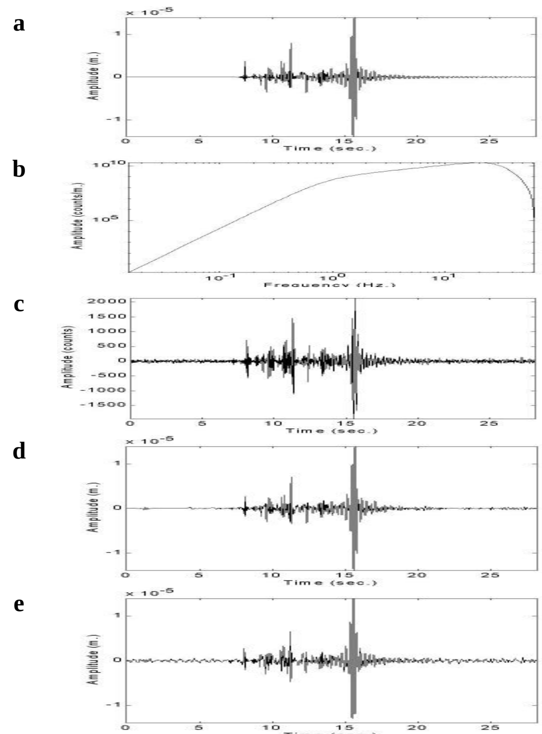

Figura 1. *a)Sismograma sintético, b) respuesta en frecuencia del sistema, c) sismograma sintético convolucionado y con ruido añadido, d) algoritmo de wavelet packet, e) deconvolución mediante filtro de nivel.*

6. REFERENCIAS

[1] Tikhonov, A.-N., and V.I. Arsenin: *Solutions of ill-possed problems*, V.H. Winston & Sons, Washington, 1977.

[2] Wickerhauser,M.-V., *Adapted wavelet analysis from theory to software*, A.K. Peters, Ltd. Wellesley, 1994.

[3] Donoho, D. y I.M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage", *Biometrika, Vol 81,1994, p 425-455.*

[4] Donoho, D., "De-noising by soft threholding", *IEEE Trans. Inform. Theory, Vol 41, 1995, p 613-627.*

[5] Scherbaum, F., *Of poles and zeros. Fundamentals of digital seismology*, Kluwer Academic Publishers, 1996.