# ANÁLISIS DE BOCINA CÓNICA LISA POR EL MÉTODO DE EXPANSIÓN DE MODOS (BME)

F.Tercero<sup>1</sup>, J.A.López<sup>1</sup>, E.García<sup>2</sup>, L. de Haro<sup>2</sup>, P.Caballero<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Centro Astronómico de Yebes. Observatorio Astronómico Ncal. I.G.N. Ministerio de Fomento.

Apdo. 148, 19080 Guadalajara (SPAIN). Tlfno: +34 949 29 03 11, Fax: +34 949 29 00 63

e-mail: tercero@cay.oan.es

<sup>2</sup> Grupo de Radiación. Dpto. de Señales, Sistemas y Radiocomunicaciones. Universidad Politécnica de Madrid

# I. ABSTRACT

Se ha fabricado una bocina cónica lisa de pruebas para realizar medidas de la temperatura de ruido del receptor de 22 GHz en construcción del CAY. Las estimaciones del diagrama de radiación en campo lejano y cercano se realizan empleando técnicas cuasiópticas, análisis de modos de haz expandido (BME, Beam Mode Expansion). La validez de este método se comprueba por comparación con otros programas de análisis y mediante los resultados de la medida de ruido en las distintas configuraciones.

## II. BEAM MODE EXPANSION (BME)

La aplicación de la Teoría de la Cuasióptica (QO) exige que se cumpla la aproximación paraxial. En la práctica esto se traduce en un límite para la elección del beam waist de  $w_0/\lambda \ge 1.1$  ó haces que divergen menos de 30° a -8.7dB [GOLD97]. Esta condición permite trabajar en modo fundamental para sistemas con simetría axial y cuya distribución de campo eléctrico sea gausiana. Son condiciones que se cumplen para los elementos que se usan habitualmente en radioastronomía, sistemas Cassegrain y bocinas cónicas corrugadas.

Para sistemas cuasiópticos cuya distribución de campo es paraxial, pero no gausiana simétrica, se puede seguir usando QO, pero completando la descripción del modo fundamental con modos superiores. El siguiente conjunto de funciones ortogonales en coordenadas cilíndricas los representan:

$$E_{m}^{p,\cos/\sin}(r,\varphi,z) = \left(\frac{2r^{2}}{w^{2}(z)}\right)^{\frac{p}{2}} L_{m}^{p}\left(\frac{2r^{2}}{w^{2}(z)}\right)^{\bullet}$$
  

$$\bullet \exp\left(\frac{-r^{2}}{w^{2}(z)} - ik_{0}z - \frac{ik_{0}r^{2}}{2R(z)} - i(2m+p+1)\phi_{0}(z)\right)^{\bullet}$$
  

$$\bullet\left\{\frac{\cos(p\varphi)}{\sin(p\varphi)}\right\}$$
  
[Ec.1]

 $L_m^{p}(x)$  son polinomios generalizados de Laguerre [ABRA65], w(z) waist (anchura del haz gausiano fundamental a -8.7dB), R(z) radio de curvatura y  $\phi_0(z)$  desplazamiento de fase. Estos últimos son sólo función de la distancia z, eje de propagación y  $w_0$  beam waist (mínima anchura de haz del sistema). El índice *m* y *p* dan cuenta de la gausicidad de los modos (disminuye a medida que *m* aumenta) y *p* de la asimetría en  $\varphi$ . Así el modo fundamental corresponde a m=0 p=0 donde  $L_0^0(x)=I$  obteniendo una gausiana.

Cualquier campo que cumpla la condición paraxial, de amplitud y simetría arbitraria puede ponerse como:

$$E(r, \varphi, z) = \sum_{\substack{p=0\\m=0}}^{\infty} A_m^{p, \cos} E_m^{p, \cos}(r, \varphi, z) + A_m^{p, \sin} E_m^{p, \sin}(r, \varphi, z)$$

[Ec.2]

Conocido el campo en un plano, el de apertura, podemos obtener los coeficientes de [Ec.2] realizando el producto escalar entre dicho campo y el modo correspondiente. Debido a la ortogonalidad de  $E_m^{p,cos/sen}$  el único producto escalar distinto de cero será el del modo que buscamos. En cilíndricas:

$$A_{m}^{p,\cos/\text{sen}} = \frac{\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\infty} E(r,\varphi,z_{0}) E_{m}^{p,\cos/\text{sen}}(r,\varphi,z_{0})^{*} r \, dr \, d\varphi}{\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\infty} \left| E_{m}^{p,\cos/\text{sen}}(r,\varphi,z_{0}) \right|^{2} r \, dr \, d\varphi}$$
[Ec 3]

La utilización de BME pasa por la elección de  $w_0$  siguiendo el criterio de máxima energía transportada en modo fundamental y cálculo de coeficientes  $A_m^p$  de nuestro sistema.

### III. ANÁLISIS BME PARA BOCINAS CÓNICAS.

Supongamos una bocina cónica mono-modo que propaga el modo  $TE_{11}$  (fundamental de la guía circular). El campo en la apertura puede aproximarse a:

$$E_{ax}(r,\varphi) = \left(J_0(k_c r) + J_2(k_c r)\cos(2\varphi)\right)e^{\frac{-(k_0 r^2}{2R_{cap}}} [\text{Ec.4}]$$

$$E_{ay}(r,\varphi) = J_2(k_c r) \operatorname{sen}(2\varphi) e^{\frac{r_a q}{2R_{cap}}}$$
 [Ec.5]

Con  $k_c$ =1.8411, las Ec.4 y Ec.5 representan la componente copolar y contrapolar del modo TE<sub>11</sub> en la apertura, afectadas por el termino de fase debido al abocinamiento.

El criterio de máxima energía en el fundamental se cumple eligiendo  $w_a=0.768a$  [MURP88] (waist en la apertura). Con este valor y la Ec.3 podemos calcular los coeficientes de la componente copolar. En la Tabla 1 se muestran los cinco primeros para las componentes simétrica y asimétrica.

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	m	0	1	2	3	4
$P_{\rm m}^{0}$ 0.927 0 0.026 0.007 <0.001	$A_m^0$	1.185	0	-0.199	-0.099	0.074
	$P_m^0$	0.927	0	0.026	0.007	< 0.001

m	0	1	2	3	4
$A_m^2$	0.199	0.050	-0.006	-0.019	-0.014
$P_m^2$	0.026	< 0.001	< 0.001	< 0.001	< 0.001

Tabla 1. Coeficientes p=0 y p=2 de amplitud y acoplo de energía.

Estos coeficientes son universales para cualquier bocina cónica en la que impongamos la condición del waist en la apertura. Puede verse como la componente fundamental (modo simétrico gausiano) transporta un *92.7%* de la energía.

### IV. BOCINA TEST PARA EL RECEPTOR 22 GHZ DEL CAY.

Se construyó una bocina cónica para medir la temperatura de ruido  $(T_N)$  del receptor de 22 GHz del CAY. Los criterios de diseño fueron; bajo error de fase y bajo nivel de truncamiento de haz en la ventana del criostato utilizando técnicas de cuasióptica en modo fundamental.

#### Diagrama en campo lejano.

En la Fig.1 comprobamos la predicción de BME con la medida de la bocina. Asimismo se justifica el estudio en BME puesto que el modo fundamental sólo es aproximado para el lóbulo principal y no para los secundarios.



Fig.1. Diagrama en campo lejano

# Diagrama en campo cercano.

En la Fig.2 se presenta el diagrama de radiación en campo cercano a una distancia de *72.5mm*, el lugar donde se encuentra la ventana de vacío.



Fig.2. Diagrama en campo cercano z<sub>ventana</sub>=72.5mm

### V. MEDIDAS DE RUIDO Y BME

Se han realizado medidas de la temperatura de ruido del receptor de 22GHz con la bocina diseñada. Las estimaciones de la temperatura de ruido concuerdan con la medida, siendo en la actualidad de 20K en la banda del 21-24 GHz.

Para verificar la validez del diagrama de radiación en campo cercano predicho por BME, se han realizado medidas de ruido a diferentes distancias entre ventana y bocina. Con ello variamos el nivel de truncamiento en la ventana y por lo tanto la temperatura de ruido del receptor.

Así por ejemplo el incremento de temperatura de ruido medida es de 6K cuando la distancia entre bocina y ventana es de 72.5mm. De la misma manera se observa que la técnica frecuentemente empleada en cuasióptica, consistente en simular la bocina por el modo fundamental, es insuficiente para este tipo de bocinas, ya que subestima la temperatura de ruido.

### VI. CONCLUSIÓN

Se ha comprobado la bondad del método BME como complemento a las técnicas de diseño en modo fundamental en casos de baja simetría y poca gausicidad. De igual manera asiste en el diseño de instrumentación de bajo ruido para estimar temperaturas de ruido por spillover.

### VII. BIBLIOGRAFÍA

[ABRA65]. *"Handbook of Mathematical Functions"*. M.Abramowitz, I.A.Stegun (Eds.) New York: Dover, 1965.

[GOLD97]. *"Quasioptical Systems"*. P.F.Goldsmith. IEEE Press, 1997.

[MURP88]. "Aperture efficiencies of large axisymmetric reflector antennas fed by conical horns". J.A.Murphy. IEEE Trans. Antennas Propag. AP-36, pp.570-575, April 1998.