

# CALCULO ANALÍTICO DE SENSIBILIDADES EN CIRCUITOS CONMUTADOS NO LINEALES.

*Francisco del Águila López, Pere Palà Schönwälder, Jordi Bonet Dalmau*  
 Departament de Teoria del Senyal i Comunicacions  
 Universitat Politècnica de Catalunya  
 fd.aguila@upc.es

## ABSTRACT

This paper describes a new efficient technique for the computation of sensitivities of nonlinear switched circuits. The procedure is based on a discrete-time formulation from which exact expressions of the circuit waveform sensitivities are derived. As an application example, the output power sensitivity of class E amplifier with respect to circuit parameters is computed.

## 1. INTRODUCCIÓN

La existencia de herramientas de análisis que nos permitan predecir el comportamiento de circuitos no lineales y conmutados es útil para el diseñador. El estudio de sensibilidades de ciertas variables de interés frente a la variación de los parámetros es importante para poder determinar la robustez de un circuito y así asegurar su correcto funcionamiento. De igual modo, en ciertas aplicaciones el estudio del comportamiento transitorio es secundario, siendo de mayor interés el comportamiento en régimen permanente.

Recientemente se ha propuesto una nueva técnica para el análisis y la determinación de las formas de onda en régimen permanente de circuitos no lineales y conmutados [1] basado en una extensión del método [2].

En este trabajo se extienden los resultados expuestos en [1] presentando una nueva técnica que permite el cálculo eficaz de la sensibilidad de la respuesta frente a los diferentes parámetros del circuito. En particular, esta técnica se ilustra calculando la sensibilidad de la potencia de salida del amplificador en clase E respecto a uno de sus parámetros.

## 2. PLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES

El planteamiento de las ecuaciones de este circuito, se basa en la descripción del circuito para cada uno de los dos estados del conmutador. Así, para el estado ON obtenemos una topología del circuito descrita por la siguiente ecuación

$$\left( \frac{1}{R_S} s^3 + \frac{LR_S + L_q(R+R_S)}{LL_q R_S} s^2 + \frac{CRR_S + L_q}{CLL_q R_S} s + \frac{1}{CLL_q} \right) v + \left( s^4 + \frac{R}{L} s^3 + \frac{1}{CL} s^2 \right) q(v) - \frac{V_{CC}}{CLL_q} = 0 \quad (1)$$

para el estado del conmutador en OFF tenemos la misma topología que en ON pero con el valor de  $R_S$  tendiendo a infinito. De esta manera la ecuación queda

$$\left( \frac{L+L_q}{LL_q} s^2 + \frac{R}{LL_q} s + \frac{1}{CLL_q} \right) v + \left( s^4 + \frac{R}{L} s^3 + \frac{1}{CL} s^2 \right) q(v) - \frac{V_{CC}}{CLL_q} = 0 \quad (2)$$

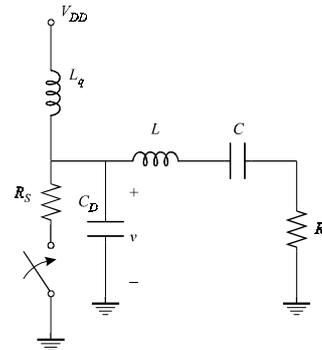


Figura 1. Amplificador en clase E.

Para la resolución de este tipo de circuitos mediante la aproximación de la derivada con discretización de Gear, es necesaria la utilización de muestras iniciales justo en cada instante de conmutación, con las cuales conocemos las condiciones iniciales necesarias en el inicio de cada conmutación. De esta manera, nuestras incógnitas del sistema no sólo son las muestras de la variable de control, sino que debemos añadir un número de muestras iniciales en cada conmutación igual al producto del orden del circuito y del orden de discretización (en este caso 4 y 2 respectivamente). Así, el sistema de ecuaciones discretizado queda de la forma

$$\mathbf{Pv} + \mathbf{Qq(v)} + \mathbf{r} = \mathbf{0} \quad (3)$$

teniendo en cuenta que las matrices  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$  y el vector  $\mathbf{r}$  están formados por submatrices circulares para los estados ON y OFF y submatrices de conmutación para la obtención de las muestras iniciales. Obtenemos así un sistema no lineal de N ecuaciones con N incógnitas, de la forma  $\mathbf{h(v)} = \mathbf{0}$ .

## 3. CÁLCULO DE SENSIBILIDADES

El sistema (3) lo podemos describir de la siguiente forma

$$\begin{cases} h_1(v_1, v_2, \dots, v_N, L_q) = 0 \\ \vdots \\ h_N(v_1, v_2, \dots, v_N, L_q) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Diferenciando respecto  $L_q$  obtenemos la expresión

$$\mathbf{J}_v \mathbf{d}v + \mathbf{J}_{L_q} = \mathbf{0} \quad (5)$$

Siendo

$$\mathbf{J}_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial v_1} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial v_N} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial h_N}{\partial v_1} & \dots & \frac{\partial h_N}{\partial v_N} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d}v = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial L_q} & \dots & \frac{\partial v_N}{\partial L_q} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{J}_{L_q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial L_q} & \dots & \frac{\partial h_N}{\partial L_q} \end{bmatrix}^T$$

El cálculo de  $\mathbf{J}_v$  ya es utilizado para agilizar el proceso iterativo de resolución del sistema de ecuaciones (3), mientras que  $\mathbf{J}_{L_q}$  se puede obtener fácilmente de (3). Así, es posible obtener  $\mathbf{d}v$  a partir de (5).

Para calcular la sensibilidad de la potencia de salida debemos expresar la tensión de salida a partir de la variable de control

$$(CLs^2 + RCs + 1)v_R = (RCs)v \quad (6)$$

Esta ecuación de forma matricial queda

$$\mathbf{v}_R = \mathbf{M} \mathbf{v}' \quad (7)$$

siendo  $\mathbf{v}'$  el vector de muestras reducido a las muestras reales eliminando las muestras ficticias de cada conmutación. La matriz  $\mathbf{M}$  no tiene ninguna dependencia con el parámetro  $L_q$ . La potencia media a la salida la podemos expresar como

$$P = \frac{1}{RN} \mathbf{v}_R^T \cdot \mathbf{v}_R \quad (8)$$

de manera que la sensibilidad de la potencia respecto al parámetro  $L_q$  quedaría aplicando la regla de la cadena

$$\frac{\partial P}{\partial L_q} = \frac{2}{RN} \mathbf{v}_R^T \cdot \frac{\partial \mathbf{v}_R}{\partial L_q} \quad (9)$$

por último, igualmente aplicando la regla de la cadena y teniendo en cuenta que la matriz  $\mathbf{M}$  no depende de  $L_q$  se obtiene

$$\frac{\partial \mathbf{v}_R}{\partial L_q} = \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial L_q} = \mathbf{M} \mathbf{d}v' \quad (10)$$

siendo  $\mathbf{d}v'$  el vector de muestras reducido a las muestras reales. Finalmente obtenemos la sensibilidad de la potencia de salida de la forma

$$\frac{\partial P}{\partial L_q} = \frac{2}{RN} (\mathbf{M} \mathbf{v}')^T \cdot (\mathbf{M} \mathbf{d}v') \quad (11)$$

## 4. RESULTADOS

Este método se ha aplicado para la resolución del circuito de la figura 1 [3]. La no linealidad del condensador  $C_D$  queda definida por la siguiente expresión de su carga:

$$q_D(v) = (n+1)C_{j0}v_{bi} \left(1 + \frac{v}{v_{bi}}\right)^{1/n+1} \quad (12)$$

El valor de los componentes utilizados son:  $V_{DD}=2V$ ,  $R_S=0'25\Omega$ ,  $L=2'71nH$ ,  $C=14pF$ ,  $R=1'85\Omega$ ,  $n=3$ ,  $C_{j0}=40'3pF$ ,  $N=40$  y  $V_{bi}=1V$ .

La función del inductor  $L_q$  no es más que la de choque, en algunos casos se considera infinito el valor de este inductor por lo que es de esperar la baja sensibilidad de la potencia de salida respecto a este parámetro. Los resultados para distintos valores de  $L_q$  son los siguientes:

$L_q=20nH$	$P=0.7772 \text{ W}$	$\frac{\partial P}{\partial L_q} = -10.744 \mu W/nH$
$L_q=40nH$	$P=0.7676 \text{ W}$	$\frac{\partial P}{\partial L_q} = -2.63 \mu W/nH$
$L_q=100nH$	$P=0.7619 \text{ W}$	$\frac{\partial P}{\partial L_q} = -0.416 \mu W/nH$

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha descrito una nueva técnica para el cálculo analítico de las sensibilidades de las formas de onda de circuitos no lineales conmutados respecto a los elementos de circuito. El método está basado en una formulación en el dominio del tiempo discreto, a partir de la que se derivan expresiones exactas para las sensibilidades de las formas de onda, a partir de las que se pueden calcular las sensibilidades requeridas en cada aplicación. Se ha presentado un ejemplo representativo del tipo de circuito al que aplica el método descrito sobre el que se han validado los resultados.

## 6. REFERENCIAS

- [1] F. del Águila, P. Palà, J. Bonet and R. Giralt "Steady State Analysis of Class-E Amplifier with non-linear capacitor by means of discrete-time techniques" 7th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems. Vol II, pp 895-898 (2000).
- [2] J. Bonet-Dalmau and P. Palà-Schönwälder, "A Discrete-Time Approach to the Steady-State and Stability Analysis of Distributed Nonlinear Autonomous Circuits" IEEE Trans. Circuits Systems. I, vol 47, pp.231-235, 2000.
- [3] P. Alinikula, K. Choi and S. I. Long, "Design of Class E Power Amplifier with Nonlinear Parasitic Output Capacitance", IEEE Transactions on Circuits and Systems, 46, 2, 114-119 (1999).