

ANÁLISIS DE ONDAS DE SUPERFICIE MEDIANTE VARIABLE COMPLEJA

M.J. González Morales, C. del Ser Villacorta, E. Gago-Ribas
Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones e I.T.
Universidad de Valladolid
gonmor@tel.uva.es

RESUMEN

A partir de la función de Hankel modificada de orden cero que representa ondas electromagnéticas (EM) evanescentes, aplicando el método de la continuación analítica de su argumento real a argumento complejo, se obtiene una nueva forma de campo evanescente con un término de propagación que da lugar a ondas de superficie.

ABSTRACT

From the modified Hankel function of zero order which represents evanescent waves, by performing the analytical continuation from the real argument into the complex space, a new field solution is obtained, which has both, evanescent and propagative terms leading to surface traveling waves.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis de problemas EM mediante variable compleja tiene grandes ventajas por su enorme potencia de cálculo, capacidad descriptiva y facilidad para clarificar el comportamiento físico de los campos. La técnica de la *continuación analítica* de funciones de variable real a compleja ha sido aplicada a campos EM, [1] y ha permitido analizar formas de propagación confinadas en torno a un eje [2],[3]. Dichos estudios se basan en una metodología de análisis en *variable compleja*. Básicamente, a partir de una onda cilíndrica que es propagativa, mediante una extensión de la formulación se obtiene un campo en forma de haz, que además de propagarse en una dirección, presenta atenuación transversal al eje de propagación.

De forma análoga, en este trabajo se aplica la continuación analítica y a partir de una onda evanescente se obtiene una nueva forma de campo que presenta, además de la atenuación, un término de propagación, teniendo el campo resultante forma de onda de superficie.

2. BASE MATEMÁTICA

A partir de la ecuación de Helmholtz modificada, y la función de Green para fuente puntual 2D,

$$(\nabla^2 + k_0^2) G(\vec{r}; \vec{r}') = -\delta(\vec{r}; \vec{r}'), \quad (1)$$

$$G(k_0 R_s) = \frac{1}{2\pi} K_0(k_0 R_s), \quad (2)$$

se puede hacer la extensión analítica de las coordenadas reales de la fuente (x_s, z_s) a coordenadas complejas $(\mathbf{x}_s, \mathbf{z}_s)$, con $\mathbf{x}_s = x_s + ib \sin \theta_s$, $\mathbf{z}_s = z_s + ib \cos \theta_s$, de modo que la función de Green resultante de argumento complejo, sigue siendo una solución válida de la ecuación de partida real (1) y se puede escribir como,

$$G(k_0 \mathbf{R}_s) = \frac{1}{2\pi} K_0(k_0 \mathbf{R}_s), \quad (3)$$

con $\mathbf{R}_s = \sqrt{(x - \mathbf{x}_s)^2 + (z - \mathbf{z}_s)^2}$. Nos concentramos en el estudio de la expresión (3) sabiendo que los campos \vec{E} y \vec{H} se pueden obtener a partir de la función de Green.

3. ESPACIOS COMPLEJOS

El análisis del argumento complejo y de otros espacios complejos asociados es la clave para el estudio de los campos planteados.

Al espacio complejo \mathbf{R}_s , lo llamaremos espacio de las distancias complejas (SCD). Se puede expresar en el sistema de coordenadas centrado en (x_s, z_s) y girado θ_s como,

$$\mathbf{R}_s = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - b^2 - i2b\xi} = u + iv. \quad (4)$$

La expresión (4) permite relacionar el SCD con el espacio real de propagación (RPS). La elección de las raíces debe hacerse teniendo en cuenta la expresión del campo (3) y que éste debe cumplir las condiciones físicas del problema. Teniendo en cuenta estas consideraciones se llega a los resultados que aparecen en las figuras 1 y 2.

4. ONDAS DE SUPERFICIE COMPLEJAS

El campo formulado en (3) se llamará onda de superficie compleja. Para proceder a su análisis, el primer paso es realizar la aproximación asintótica: $k_0 \mathbf{R}_s \gg 1$, obteniéndose,

$$G(k_0 \mathbf{R}_s) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{-k_0 \mathbf{R}_s}}{\sqrt{k_0 \mathbf{R}_s}}. \quad (5)$$

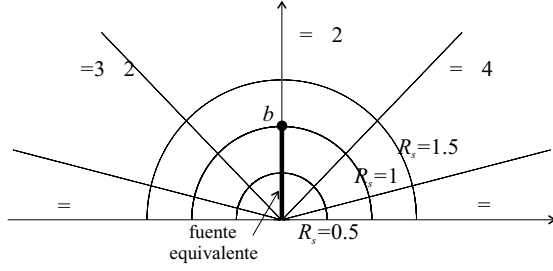


Figura 1: *Parametrización del espacio real de propagación. Curvas de distancia real constante y de dirección real constante.*

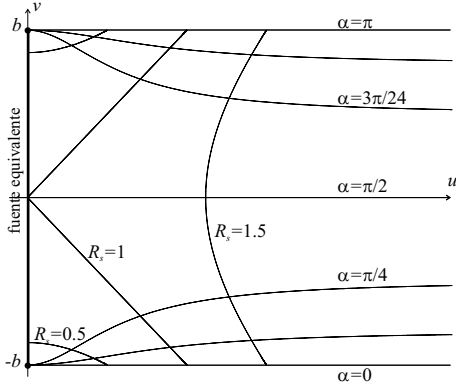


Figura 2: *Parametrización del espacio de distancias complejas. Curvas de distancia real constante y de dirección real constante.*

Empleando los espacios complejos descritos en la sección anterior se puede hacer un análisis exhaustivo del campo, obtiéndose de forma *analítica* las características del campo como curvas de amplitud constante, curvas de fase constante o trayectorias de propagación de la energía.

Como ejemplo en la figura 3 aparecen las curvas de amplitud constante y de fase constante del término dominante del campo, que es el término exponencial de (5). Para este caso concreto, despreciando la contribución del término del denominador, las trayectorias de propagación de la energía coinciden con las curvas de amplitud constante. A partir de dichos resultados se observa que el campo se atenúa al alejarse de la fuente equivalente y se propaga describiendo trayectorias elípticas.

5. SOFTWARE PARA LA VISUALIZACIÓN

Se ha desarrollado un programa en MATLAB que permite visualizar todas las magnitudes implicadas en la formulación:

- Una lista de curvas especialmente significativas pueden ser representadas en cualquiera de los espacios complejos relacionados con el problema.
- Las características representativas del campo pue-

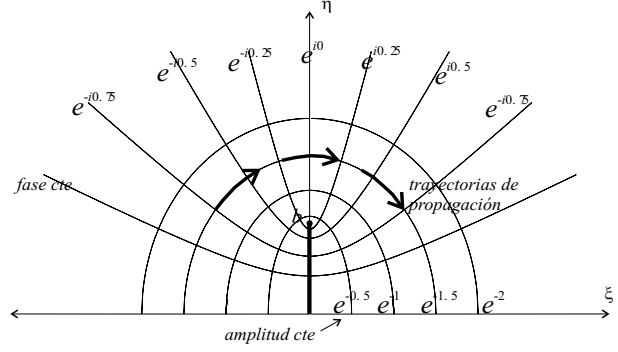


Figura 3: *Curvas de amplitud constante y curvas de fase constante de una onda de superficie compleja.*

den trazarse para cualquiera de las aproximaciones, así como el error que se comete al realizar dichas aproximaciones.

6. CONCLUSIONES

Partiendo de una onda evanescente que presenta características de atenuación pero no se propaga, aplicando la continuación analítica se obtiene una nueva forma de campo que presenta, además de la atenuación, un término de propagación. El campo resultante tiene forma de onda de superficie.

El uso de variable compleja para el análisis, permite que las características del campo no sólo se pueden calcular y trazar numéricamente sino que se pueden obtener de forma analítica, lo que permite comprender mejor el comportamiento físico del campo.

REFERENCIAS

- [1] M. González Morales and E. Gago-Ribas, *On the application of the analytical continuation to EM fields*. The Fifth International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory, ISAPE'2000, pp. 61-64. China, August 2000.
- [2] E. Gago-Ribas, M. González Morales, and C. Dehesa Martínez, *Analytical Parametrization of a 2D Real Propagation Space in Terms of Complex Electromagnetic Beams*. Special Issue on Electromagnetic Theory-Scattering and Diffraction, IEICE Transactions on Electronics, Vol. E80-C, No.11, pp. 1434-1439, Japan, November 1997.
- [3] M. González Morales and E. Gago-Ribas, *High Frequency-Far Field Conditions for Complex Source Fields*. Millenium Conference on Antenas and Propagation, pp.25. Davos, Switzerland, April 2000.