# Probabilidades de outage en combinadores por selección en canales Nakagami-m correlados


*Juan Reig Pascual* *Narcís Cardona Marcet* *Lorenzo Rubio Arjona*

Departamento de Comunicaciones
Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera s/n
46022 Valencia

jreig@dcom.upv.es ncardona@dcom.upv.es lrubio@dcom.upv.es



**ABSTRACT**

An infinite convergent series for outage probabilities of dual selection combiners (SC) in a correlated Nakagami fading with multiple interferers is derived. In this paper, we use a desired power algorithm for combining. The signals received on each branch identically distributed are assumed correlated while the interferers on each branch are independent. The influences of the correlation coefficient on the outage probability are also presented.


## 1. INTRODUCCIÓN

La probabilidad de *outage*, corte o indisponibilidad proporciona una estimación de la calidad de un sistema de comunicaciones móviles. La distribución Nakagami-m [1] describe con la envolvente de la señal recibida a corto plazo. Incluye como caso especial la estadística Rayleigh y se ajusta con mayor fidelidad a campaña de medidas que las otras distribuciones [2].

La diversidad se viene empleando en comunicaciones móviles para mitigar el efecto de las interferencias. Los combinadores por selección (SC) se utilizan con asiduidad en sistemas de comunicaciones celulares por su simplicidad.

Los anteriores estudios sobre probabilidad de *outage* [3] y [4] en sistemas limitados por interferencias consideran total independencia entre las señales útiles recibidas en cada rama. En la realidad, para desvanecimiento a corto plazo, se obtienen coeficientes de correlación superiores en ocasiones a 0,7. Por lo tanto, la independencia entre señales a la entrada del combinador no es una suposición realista.

En este artículo se desarrollan las probabilidades de *outage* utilizando combinadores SC con decisión por máxima señal útil. Se asume que existen 2 ramas de combinación. Las señales útiles recibidas en las dos ramas se encuentran correladas, pero las señales interferentes recibidas en las dos ramas son independientes.

## 2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

La función densidad de probabilidad (FDP) bidimensional de dos variables aleatorias Nakagami-m correladas viene dada por

$$p_{r_1,r_2}(r_1,r_2)=\frac{4(r_1r_2)^m m^{m+1}}{\Omega^{m+1}\rho^{m-1}\left(1-\rho^2\right)\Gamma(m)}\times \exp\left(-\frac{m\left(r_1^2+r_2^2\right)}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right)I_{m-1}\left(\frac{2m\rho r_1r_2}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right),\ r_1,r_2\geq 0 \tag{1}$$

donde $m$ es el parámetro de forma de la estadística Nakagami-m, $\Omega$ es el valor cuadrático medio, $I_{m-1}(\cdot)$ es la función de bessel de primera especie y $\rho$ es el coeficiente de correlación en unidades de potencia.

Usando la transformación $s_1=r_1^2, s_2=r_2^2$, podemos obtener la FDP bidimensional de la potencia a corto plazo como

$$p_{s_1,s_2}(s_1,s_2)=\frac{(s_1s_2)^{\frac{m-1}{2}} m^{m+1}}{\Omega^{m+1}\rho^{m-1}\left(1-\rho^2\right)\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m(s_1+s_2)}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right)I_{m-1}\left(\frac{2m\rho\sqrt{s_1s_2}}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right),\ s_1,s_2\geq 0 \tag{2}$$

La función de distribución del máximo de las dos señales se obtiene integrando (2)

$$F_{s_{max}}(s_{max})=\int_0^{s_{max}}\int_0^{s_{max}} p_{s_1,s_2}(s_1,s_2)ds_1ds_2 = \int_0^{s_{max}}\int_0^{s_{max}}\frac{(s_1s_2)^{\frac{m-1}{2}} m^{m+1}}{\Omega^{m+1}\rho^{m-1}\left(1-\rho^2\right)\Gamma(m)}\times \exp\left(-\frac{m(s_1+s_2)}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right)I_{m-1}\left(\frac{2m\rho\sqrt{s_1s_2}}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right)ds_1ds_2 \tag{3}$$

Desarrollando la función de bessel en forma de serie e integrando en (3) se calcula

$$F_{s_{max}}(s_{max}) = \frac{\left(1-\rho^2\right)^m}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{\infty} \rho^{2k} \frac{\left(\gamma\left(m+k, \frac{m s_{max}}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right)\right)^2}{k!\Gamma(m+k)} \quad (4)$$

La función densidad de probabilidad de la señal útil a la salida del combinador se obtiene diferenciando (4) en función de las señal

$$p_{s_{max}}(s_{max}) = 2\left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{s_{max}^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m s_{max}}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right) \sum_{k=0}^{\infty} \rho_{12}^{2k} \left(\frac{m s_{max}}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right)^k \frac{\gamma\left(m+k, \frac{m s_{max}}{\Omega\left(1-\rho^2\right)}\right)}{k!\Gamma(m+k)} \quad (5)$$

La FDP de la relación portadora a interferente (SIR) a la salida del combinador viene dada por

$$p_\gamma(\gamma) = \int_0^\infty I \cdot p_{s_{max}}(\gamma \cdot I) p_I(I) dI \quad (6)$$

donde $p_I(I)$ es la FDP de la potencia total interferente recibida en cada rama, con parámetro de forma $m_I$ y potencia media $\Omega_I$.

Después de ciertas manipulaciones, integrando (6) se obtiene

$$p_\gamma(\gamma) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty} 2\left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m+2k+l} \left(\frac{m_I}{\Omega_I}\right)^{m_I} \times \frac{\Gamma\left(2m+m_I+2k+l\right)}{\Gamma(m)\Gamma(m_I)\Gamma(m+k+l+1)k!} \frac{\rho^{2k}}{\left(1-\rho^2\right)^{m+2k+l}} \times \frac{\gamma^{2m+2k+l-1}}{\left(\frac{2m\gamma}{\Omega\left(1-\rho^2\right)} + \frac{m_I}{\Omega_I}\right)^{2m+m_I+2k+l}}, \quad \gamma \geq 0 \quad (7)$$

La probabilidad de *outage* se define como la probabilidad de que la *SIR* no supere la relación de protección $q$

$$P_{out}(q) = \Pr(\gamma < q) = \int_0^q p_\gamma(\gamma) d\gamma \quad (8)$$

Sustituyendo (7) en (8) e integrando se calcula

$$P_{out}(q) = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} 2\left(\frac{\Omega_I m}{\Omega m_I}\right)^{2m+2k+l} \frac{\Gamma\left(2m+m_I+2k+l\right)}{[2m+2k+l]\Gamma(m)\Gamma(m_I)\Gamma(m+k+l+1)k!} \times \frac{\rho^{2k}}{\left(1-\rho^2\right)^{m+2k+l}} q^{2m+2k+2l} \times {}_2F_1\left(2m+2k+l, 2m+m_I+2k+l; 2m+2k+l+1; -\frac{2m\Omega_I q}{m_I \Omega\left(1-\rho^2\right)}\right) \quad (9)$$

La ganancia por diversidad se define como la reducción de la relación portadora a interferencia (SIR) de un sistema con diversidad con respecto al mismo sistema sin diversidad para mantener la misma probabilidad de *outage*.

Sea $SIR_{av}$ la relación portadora a interferencia promediada, definida como

$$SIR_{av} = \frac{\Omega}{\Omega_I} \quad (10)$$

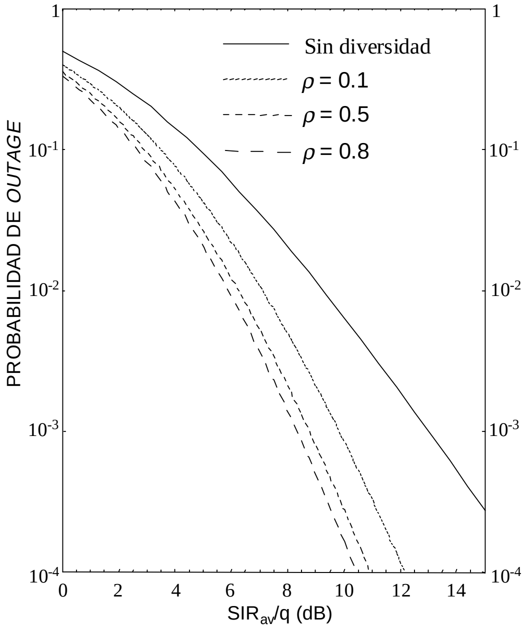


Figura 1. *Probabilidad de outage de un combinador por selección de dos ramas. Parámetros de forma $m = 3$ y $m_I = 3$.*

En la figura 1 se muestra la probabilidad de *outage* de un combinador por selección de dos ramas en función del *SIR*/*q* promediado. Los parámetros de forma de la señal e interferentes son, respectivamente, $m = 3$ y $m_I = 3$. Por ejemplo, las ganancias por diversidad para una probabilidad de *outage* de $10^{-3}$ son, respectivamente, 4.7 dB y 3.2 dB para $\rho = 0.1$ y 0.8.

## 3. CONCLUSIONES

En este artículo se ha obtenido la expresión de la probabilidad de *outage* en combinadores SC de 2 ramas en canales Nakagami-m correlados. Se ha demostrado que los resultados suponiendo total independencia entre señales útiles en cada rama pueden diferir sustancialmente con respecto a considerar la correlación entre señales.

## 4. REFERENCIAS


[1] M. Nakagami, “The m-distribution–A general formula of intensity distribution of rapid fading,” in *Statistical Methods of Radio Wave Propagation*, W. G. Hoffman, Ed. Oxford, England: Pergamon 1960.

[2] Charash, U., “Reception through Nakagami fading multipath channels with random delays”. IEEE Trans. Commun., vol. COM-27, pp. 657-670, april 1979.

[3] Sowerby, K.W., Williamson, A.G., “Selection diversity in multiple interferer mobile radio systems”, Electron. Lett., vol.24, no. 24, pp. 1511-1513, 1988.

[4] Abu-Dayya, A.A., Beaulieu, N.C., “Outage probabilities of diversity cellular systems with cochannel interference in Nakagami fading”. IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 41, pp. 343-355, 1992.